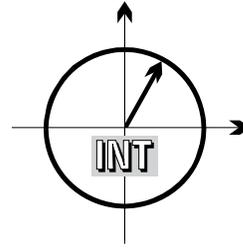


■ *Forschungsberichte aus dem
Institut für Nachrichtentechnik
der Universität Karlsruhe (T.H.)*



Gunnar Wetzker

■ **Maximum-Likelihood
Akquisition
von Direct Sequence
Spread-Spectrum Signalen**

■ Band 3

**Forschungsberichte aus dem Institut für Nachrichtentechnik
der Universität Karlsruhe (T.H.)**

Herausgeber: Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Jondral

- Band 1 Marcel Kohl
**Simulationsmodelle für die Bewertung von Satelliten-
übertragungstrecken im 20/30 GHz Bereich**
- Band 2 Christoph Delfs
**Zeit-Frequenz-Signalanalyse: Lineare und quadratische
Verfahren sowie vergleichende Untersuchungen zur Klas-
sifikation von Klaviertönen**
- Band 3 Gunnar Wetzker
**Maximum-Likelihood Akquisition von Direct Sequence
Spread-Spectrum Signalen**

Vorwort des Herausgebers

Mit der Einführung der Mobilfunksysteme der dritten Generation wird Code Division Multiple Access (CDMA) breitflächig als Zugriffsverfahren auf die Funkressource eingeführt. Damit nimmt auch die Bedeutung der Direct Sequence Spread-Spectrum (DSSS) Technik für kommerzielle Anwendungen zu. Ein wichtiger Teilaspekt dieses Übertragungsverfahrens ist die sichere, schnelle und aufwandsgünstige Synchronisation der im Empfänger erzeugten Codefolge auf die Codefolge des empfangenen Nutzsymbols. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich hauptsächlich mit der Grobsynchronisation (Akquisition) von DSSS-Signalen auf der Basis von Maximum-Likelihood-Schätzern. Insbesondere ergeben sich Signalverarbeitungsstrukturen zur effizienten Berechnung der Schätzergebnisse. Darüber hinaus wird eine Diskussion der Feinsynchronisation (Tracking) notwendig, da aus ihr die Anforderungen an die Akquisition abgeleitet werden können. Zum technisch-wissenschaftlichen Fortschritt tragen die folgenden Ergebnisse bei:

- Die Darstellung der durch einen Regelkreis erster Ordnung implementierten Feinsynchronisation mit Hilfe absorbierender Markov-Ketten.
- Die ausführliche Diskussion der Maximum-Likelihood-Schätzung für Zeit- und Frequenzverschiebung, wobei sowohl nicht datenmodulierte Signale als auch datenmodulierte Signale betrachtet werden, sowie die Erweiterung der Untersuchungen auf den Fall des frequenzselektiven Mehrwegekanals.
- Die systematische Untersuchung der Maximum-Likelihood-Akquisition bezüglich Mittelwert und Varianz der als Zufallsvariable zu interpretierenden Akquisitionsdauer und der Vergleich mit den entsprechenden Ergebnissen für die Schwellwert-Akquisition.

Die Arbeit stellt für den additiven weißen Gaußschen Rauschkanal und für den nicht frequenzselektiven Mehrwegekanal analytische Resultate und Simulationsergebnisse gegenüber. Für den frequenzselektiven Mehrwegekanal erweist sich die analytische Behandlung als zu kompliziert, so daß in diesem Fall ausschließlich auf Simulationen zurückgegriffen werden muß. Eine generelle Überlegenheit der Maximum-Likelihood-Akquisition über die Schwellwert-Akquisition läßt sich aus den Untersuchungen nicht ableiten. Allerdings verhält sich der ML-Detektor gerade in den für Direct Sequence Spread-Spectrum CDMA-Signale wichtigen Bereichen des Signal-zu-Rauschverhältnisses günstiger als der Schwellwert-Detektor.

Karlsruhe, im November 1998

Friedrich Jondral

Copyright: Institut für Nachrichtentechnik
Universität Karlsruhe, 1998

Druck: Druckerei Peter Rohrhirsch, Kaiserstr. 61,
76131 Karlsruhe, Tel. 0721/373596

ISSN: 1433-3821

Maximum-Likelihood-Akquisition von Direct Sequence Spread-Spectrum Signalen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für
Elektrotechnik
der Universität Fridericiana Karlsruhe

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Gunnar Wetzker

aus

Hamburg

Tag der mündlichen Prüfung:

10.11.1998

Hauptreferent:

Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Jondral

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Lindner

Danksagung

Mein Dank gilt all denen, die direkt und indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Dies trifft in ganz besonderer Weise auf Herrn Prof. Dr. rer. nat. Friedrich Jondral zu, der durch das entgegengebrachte Vertrauen und die gewährten Freiheiten hinsichtlich der Themenfindung und Gestaltung die vorliegende Arbeit überhaupt erst ermöglicht hat.

Auf keinen Fall unerwähnt bleiben darf an dieser Stelle die tatkräftige Mitarbeit der Herren Diplom-Ingenieure Matthias Behnke, Martin Busser, Jürgen Dietz, Martin Dukek, Martin Eberle, Daniel Eichert, Harald Ernst, Harald Flory, Christian Hartmann, Holger Hasenaug, Jochen Hirschinger, Carl Josenhans, Martin König, Wolfgang Pauler, Wolfgang Schneider, Christian Siebörger und Tillmann Wurst, die mir mit ihren Diplom- und Studienarbeiten wertvolle Dienste geleistet haben.

Ferner möchte ich meinen Kollegen “der ersten Stunde” Christoph Delfs und Marcel Kohl für eine schöne, gemeinsame Zeit, sowie Marc Ihle für viele anregende Gespräche, Anne Wiesler für das Erzeugen der den Bildern 2.6 und 2.7 zugrunde liegenden Daten, Dirk Barty für perfekte elektromechanische Arbeiten, Frau Gabriele Kuntermann und Axel Hübner meinen Dank aussprechen.

Ebenso bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Lindner für die Übernahme des Korreferates und die sehr wertvolle Unterstützung. Uli Kaage, Ralf Machauer und ganz besonders Holger Jäkel sei für die sorgfältige Durchsicht der Arbeit gedankt.

Mein größtes Dankeschön geht an Kerstin für die geduldige Rücksichtnahme auch bei größter Arbeitsbelastung und an Svenja für erträgliche Nächte im richtigen Augenblick.

Zusammenfassung

Der Anwendungsbereich von direct sequence spread-spectrum (DSSS) Verfahren ist in den letzten Jahren ständig größer geworden. Neben dem bekannten Navigationssystem GPS gibt es einen ersten Mobilfunkstandard, der den Vielfachzugriff über DSSS-Signale in Form von Codemultiplex fest schreibt. Weitere Anwendungsgebiete sind schnurlose Telefone oder drahtlose Rechnetze sowie Satellitenkommunikationssysteme.

Der Kern dieser Arbeit besteht darin, das Thema der Anfangssynchronisation unter dem Aspekt der mittlerweile sehr vielfältigen Anwendungsgebiete von DSSS-Signalen und einer heute üblichen digitalen Empfängertechnologie aufzuarbeiten.

Die angestrebte Breite der Arbeit erfordert zunächst ein umfassendes Kanalmodell, das die Effekte Zeit- und Frequenzverschiebung sowie Mehrwegeausbreitung berücksichtigt. Eine wesentliche Voraussetzung für die Diskussion der Anfangssynchronisation ist das Verständnis der Funktionsweise der auf die Anfangssynchronisation folgenden Feinsynchronisation, da die Anfangssynchronisation auf die Feinsynchronisation abgestimmt sein muß. Ein einfacher Ansatz zur Feinsynchronisation in einem digitalen System wird vorgestellt und mittels absorbierender Markov-Ketten untersucht.

Aus Sicht der Feinsynchronisation muß das Ergebnis der Anfangssynchronisation eine Schätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung sein, die mit größtmöglicher Wahrscheinlichkeit in den Regelbereichen der Feinsynchronisation liegt. Daher erfolgt eine eingehende Betrachtung von Maximum-Likelihood-Ansätzen zum gemeinsamen Schätzen von Zeit- und Frequenzverschiebung unter den Randbedingungen des Kanalmodells. Neu an diesen Betrachtungen ist die gleichzeitige Berücksichtigung aller wesentlichen Einflüsse einschließlich der Mehrwegeausbreitung. Aufbauend auf den Maximum-Likelihood-Schätzern wird ein Maximum-Likelihood-Anfangssynchronisationsverfahren angegeben und analysiert. Es ergibt sich, daß die bislang kaum untersuchte Anfangssynchronisation von DSSS-Signalen auf der Basis des Maximum-Likelihood-Ansatzes deutliche Vorteile gegenüber dem normalerweise verwendeten Schwellwertverfahren aufweist. Ferner werden Methoden beschrieben und untersucht, die eine voneinander unabhängige Anfangssynchronisation von Zeit- und Frequenzverschiebung ermöglichen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Prinzip eines DSSS-Systems	1
1.2	Anwendungsgebiete von DSSS-Systemen	4
1.3	Synchronisation in DSSS-Systemen	5
2	Signal- und Kanalmodelle	9
2.1	Signalmodelle	9
2.2	Kanalmodelle	13
2.2.1	Zeitverschiebung	13
2.2.2	Mehrwegeausbreitung	14
2.2.3	Frequenzverschiebung	23
2.2.4	Kanalrauschen	25
2.3	Abtastung und Darstellung des Empfangssignals	26
2.3.1	Bandbegrenzung und Diskretisierung des Empfangssignals	26
2.3.2	Prozeßgewinn	28
2.3.3	Vektorsignalverarbeitung	32
2.4	Zusammenfassung	35
3	Feinsynchronisation von Zeit- und Frequenzverschiebung	37
3.1	Digitale Feinsynchronisation	37
3.2	Nicht-kohärentes Tracking	39
3.2.1	Fehlersignalerzeugung	39
3.2.2	Einfluß von frequenzselektiver Mehrwegeausbreitung	43
3.2.3	Einfluß des Kanalrauschens	46
3.3	Regelkreis erster Ordnung	52
3.4	Anforderungen an die Akquisition	58
3.5	Zusammenfassung	59
4	Schätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung	61
4.1	Maximum-Likelihood-Schätzung	61
4.1.1	Nicht-frequenzselektiver Mehrwegekanal	66
4.1.2	Frequenzselektiver Mehrwegekanal	71
4.1.3	Wichtige Sonderfälle der ML-Schätzung	73

4.2	Näherungen der ML-Schätzung	77
4.2.1	Signalangepaßte Filterung	77
4.2.2	Signalangepaßte Filterung für $\nu_{\max} \ll 1/T_C$	81
4.3	Schätzung der Zeitverschiebung	83
4.4	Schätzung der Frequenzverschiebung	86
4.4.1	Schätzung der Phase	88
4.4.2	ML-Schätzer der Frequenzverschiebung	89
4.5	Zusammenfassung	89
5	Akquisitionsverfahren	91
5.1	Ambiguity-Funktion	91
5.2	Prinzipielle Akquisitionsmethoden	99
5.3	Allgemeine Berechnung der mittleren Akquisitionszeit	102
5.3.1	Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeiten	104
5.3.2	Mittlere Akquisitionszeit des ML-Detektors	105
5.3.3	Mittlere Akquisitionszeit des Schwellwertdetektors	107
5.3.4	Asymptotisches Verhalten der mittleren Akquisitionszeiten	108
5.4	Gemeinsame Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung	109
5.4.1	AWGN-Kanal	109
5.4.2	Nicht-frequenzselektiver Mehrwegekanal	119
5.4.3	Frequenzselektiver Mehrwegekanal	123
5.5	Getrennte Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung	126
5.5.1	Akquisition der Zeitverschiebung	126
5.5.2	Akquisition der Frequenzverschiebung	131
5.6	Zusammenfassung	133
A	Absorbierende Markov-Ketten	135
B	Gaußapproximation	139
C	χ^2-Verteilung	141
	Abkürzungen, Notation und Formelzeichen	143
	Literaturverzeichnis	151
	Lebenslauf	161

1 Einleitung

Die ursprünglich aus der Militärtechnik stammende Technologie des Bandspreizens hat in den letzten Jahren in starkem Maße an Bedeutung gewonnen. Dies gilt insbesondere für zivile Kommunikationssysteme. Das Prinzip eines bandspreizenden Systems besteht darin, ein zu übertragendes Informationssignal mittels eines pseudozufälligen Signals, das eine sehr viel größere Bandbreite als das Informationssignal aufweist, zu modulieren. Das aus dieser Modulation resultierende Signal wird zur Übertragung verwendet.

Der Begriff des Bandspreizens rührt daher, daß die Bandbreite des gesendeten Signals deutlich größer ist als die des Informationssignals. Da das Spreizsignal sowohl im Sender als auch im Empfänger generiert werden muß, kann es sich nur um ein deterministisches Signal handeln. Für einen Betrachter, der die Erzeugungsvorschrift nicht kennt, sieht dieses Signal zunächst zufällig aus, was einen Hinweis auf die Bezeichnung pseudozufälliges Signal gibt.

1.1 Prinzip eines DSSS-Systems

Von den verschiedenen Möglichkeiten, die Bandbreite eines Informationssignals mittels Modulation zu spreizen, wird in dieser Arbeit ausschließlich der Fall einer linearen Modulation des Informationssignals mit dem spreizenden Signal behandelt. Diesem als *direct sequence spread-spectrum* (DSSS) bezeichneten Ansatz kommt aus heutiger Perspektive die größte Bedeutung zu. Systeme wie das Global Positioning System (GPS) [35, S. 425ff], der Mobilfunkstandard IS95 (Interim Standard 95) [75, S.519ff] oder das Satellitenkommunikationssystem Globalstar [76] bauen auf DSSS-Signalen auf. Dergleichen gilt für das zur Zeit noch in der Standardisierung befindliche europäische Mobilfunksystem der dritten Generation UMTS (Universal Mobile Telecommunication System) [79], [21], [66]. Gemein ist allen diesen Systemen, daß sie bei Trägerfrequenzen in der Größenordnung von einem Gigahertz und darüber arbeiten. Systeme, die Trägerfrequenzen deutlich oberhalb von einem Gigahertz aufweisen, sind beispielsweise zur Zeit in der Planung befindliche auf niedrigfliegenden Satelliten basierende Satellitenkommunikationssysteme [56]. Das Ausweichen moderner Systeme auf hohe Übertra-

gungsfrequenzen verdeutlicht die Knappheit der Ressource Frequenz sowie den Bedarf nach großen Übertragungskapazitäten.

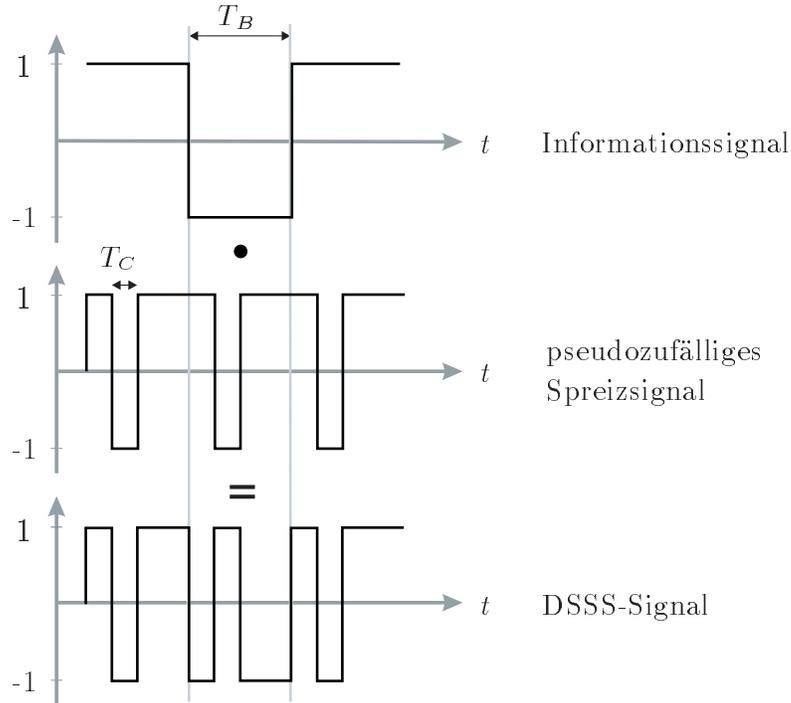


Abb. 1.1 Erzeugung eines DSSS-Signals

Eine weitere Möglichkeit ein Informationssignal zu spreizen, bietet das Frequenzspringen [69], [80]. Während der Übertragung wird in Intervallen die Übertragungsfrequenz verändert, so daß sich, über die gesamte Verbindungsdauer betrachtet, der verwendete Frequenzbereich entsprechend der Anzahl der verwendeten Übertragungsfrequenzen verbreitert. Die Abfolge der Übertragungsfrequenzen wird durch das pseudozufällige Spreizsignal vorgegeben. Bei der zur Spreizung verwendeten Modulation handelt es sich somit um eine Frequenzmodulation. Diese Methode kommt vor allem in militärischen Systemen zum Einsatz. Ein Beispiel für eine zivile Anwendung ist das im Global System for Mobile Communications (GSM) definierte langsame Frequenzspringen [65].

Im Gegensatz zum Frequenzspringen bleibt bei DSSS-Systemen die Übertragungsfrequenz konstant. Die Spreizung des Informationssignals entsteht in diesem Fall durch eine lineare Modulation. Abb. 1.1 zeigt das Schema zur Erzeugung eines DSSS-Signals. Aus der Multiplikation des Informationssignals mit einem pseudozufälligen Spreizsignal ergibt sich das breitbandige Sendesignal. In dem gezeigten Beispiel wiederholt sich der Spreizcode

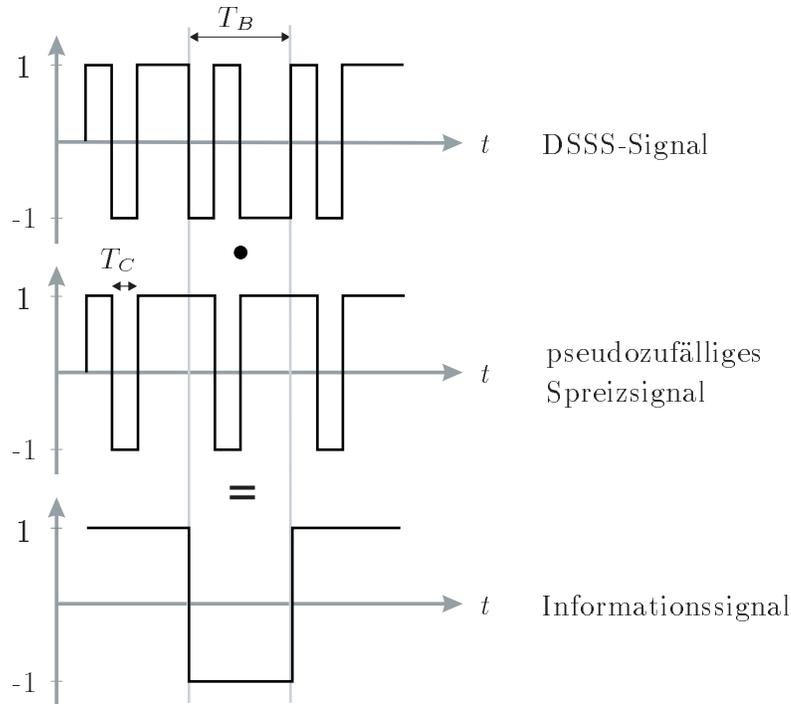


Abb. 1.2 Rückgewinnung der Information

periodisch mit der Symboldauer des Informationssignals, was jedoch nicht notwendigerweise der Fall sein muß.

Die Entspreizung eines DSSS-Signals verläuft komplementär zur Spreizung. Um aus dem DSSS-Signal das Informationssignal zurückzugewinnen, ist das DSSS-Signal mit einer Kopie des pseudozufälligen Spreizsignals, dem Spreizcode, zu überlagern. Abb. 1.2 zeigt den entsprechenden Vorgang. In realen Situationen liegt der Entspreizung des Signals meist eine gestörte Version des DSSS-Signals zugrunde. Im einfachsten Fall handelt es sich bei der Störung um additives weißes Gaußsches Rauschen. Die Multiplikation mit dem pseudozufälligen Signal im Empfänger hat keinen Einfluß auf eine solche Störung. Hinsichtlich der Signalkomponente ergibt sich nach der Multiplikation mit dem Spreizsignal jedoch eine Konzentration der Signalenergie im Spektralbereich. Abb. 1.3 verdeutlicht diese Zusammenhänge. Der Signalanteil tritt in der spektralen Leistungsdichte des mit dem Spreizcode multiplizierten Signals $\Phi_{EE}(f)$ deutlich stärker hervor als in der spektralen Leistungsdichte $\Phi_{RR}(f)$ des Empfangssignals. Der Effekt der Konzentration der Signalenergie läßt sich mittels eines auf das Informationssignal angepaßten Filters ausnutzen, um einen Großteil der Störung zu unterdrücken.

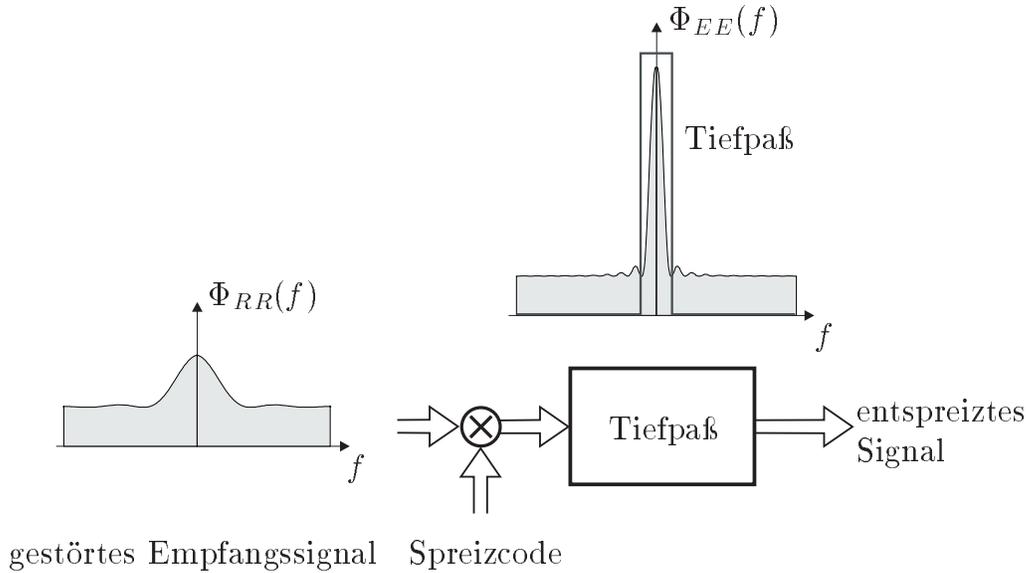


Abb. 1.3 Entspreizung

1.2 Anwendungsgebiete von DSSS-Systemen

Je größer das Verhältnis zwischen Spreizsignal- und Informationssignalbandbreite, der Spreizfaktor, ist, desto breiter und flacher wird das Leistungsdichtespektrum des gespreizten Signals im Verhältnis zum entspreizten. Für sehr große Spreizfaktoren sind solche Signale im Kanalrauschen nicht mehr aufzufinden, was die Bedeutung für militärische Anwendungen unterstreicht. Dieser Effekt ist aus Sicht der elektromagnetischen Verträglichkeit wichtig. DSSS-Systeme sind vor allem für solche Anwendungen von Interesse, bei denen es entweder ungünstig ist, schmalbandig mit hoher Leistungsdichte zu übertragen, oder gesetzliche Einschränkungen bezüglich des Leistungsdichtespektrums existieren. In die erste Klasse läßt sich das Mehrfachzugriffsverfahren des code division multiple access (CDMA) einordnen. In einem Codemultiplexsystem können die einzelnen Nutzer mittels nutzerspezifischer pseudozufälliger Signale ihr Informationssignal spreizen und so mit einer konstanten niedrigen Leistungsdichte auf das Übertragungsmedium zugreifen. In Zeitmultiplexsystemen hingegen ist hierfür während eines kurzen Zeitschlitzes eine hohe Leistungsdichte erforderlich. Beschränkungen hinsichtlich des Leistungsdichtespektrums gibt es beispielsweise in den ISM-Bändern (ISM steht für industrial, scientific and medical) [75, S.544].

In Navigationssystemen bestimmt die Größe des Spreizfaktors, wie gut sich mit einem gespreizten Signal Laufzeitmessungen durchführen lassen. Je

größer der Spreizfaktor, desto genauer ist eine Laufzeitmessung und eine damit verbundene Entfernungsbestimmung, was sich wiederum auf eine aus mehreren Entfernungsmessungen errechnete Positionsbestimmung auswirkt. Dies erklärt, wieso das Global Positioning System neben dem allgemein zugänglichen Code (C/A-Code) über einen nur mit entsprechender Genehmigung zugänglichen Code (P-Code) mit einer im Vergleich zum C/A-Code 10fachen Bandbreite verfügt.

DSSS-Systeme weisen gegenüber schmalbandigen Systemen eine erhöhte Störfestigkeit bezüglich bandbegrenzter Störer auf. Im Gegensatz zu weißem Rauschen wird die spektrale Leistungsdichte eines bandbegrenzten Störers durch die Multiplikation des Empfangssignals mit der Kopie des Spreizcodes verändert. Die Leistung des Störers wird auf eine um die Bandbreite des Spreizcodes größere Bandbreite verteilt, so daß ein Großteil der Störung von dem nachfolgenden Tiefpaß beseitigt wird.

1.3 Synchronisation in DSSS-Systemen

Um ein gespreiztes DSSS-Signal entspreizen zu können, müssen Sender und Empfänger aufeinander synchronisiert sein. Die Synchronisation muß sehr genau sein, denn nur eine zeitrichtig zugesetzte Kopie des pseudozufälligen Spreizsignals läßt eine Entspreizung des Informationssignals zu. Da das Spreizsignal breitbandig ist, sind die Anforderungen an die Synchronisation strenger als bei einer schmalbandigen nicht-spreizenden Übertragung. Insbesondere die Anfangssynchronisation wird dadurch erschwert, da die Energie des Empfangssignals über einen großen Frequenzbereich mit geringer spektraler Leistungsdichte verteilt ist.

Die Synchronisation in einem DSSS-System läßt sich in drei Phasen unterteilen. Am Beginn einer jeden Synchronisation steht die Anfangssynchronisation, die Akquisition. Ihre Aufgabe besteht darin, die Synchronität soweit herzustellen, daß in einem zweiten Schritt zur Feinsynchronisation, dem Tracking, übergegangen werden kann. Während der Feinsynchronisation erfolgt eine Verbesserung der Synchronität zwischen Sender und Empfänger. Verliert der Empfänger die Synchronität, setzt die dritte Phase, die Reakquisition, ein. Sie unterscheidet sich von der Akquisition darin, daß ein grober Schätzwert der zu synchronisierenden Parameter bereits bekannt ist. Geeignete Methoden zur Reakquisition lassen sich direkt aus den Akquisitionsverfahren ableiten. Erst bei nicht erfolgreicher Reakquisition setzt wieder die Akquisition ein. Abb. 1.4 stellt die Abfolge der einzelnen Synchronisationsphasen dar.

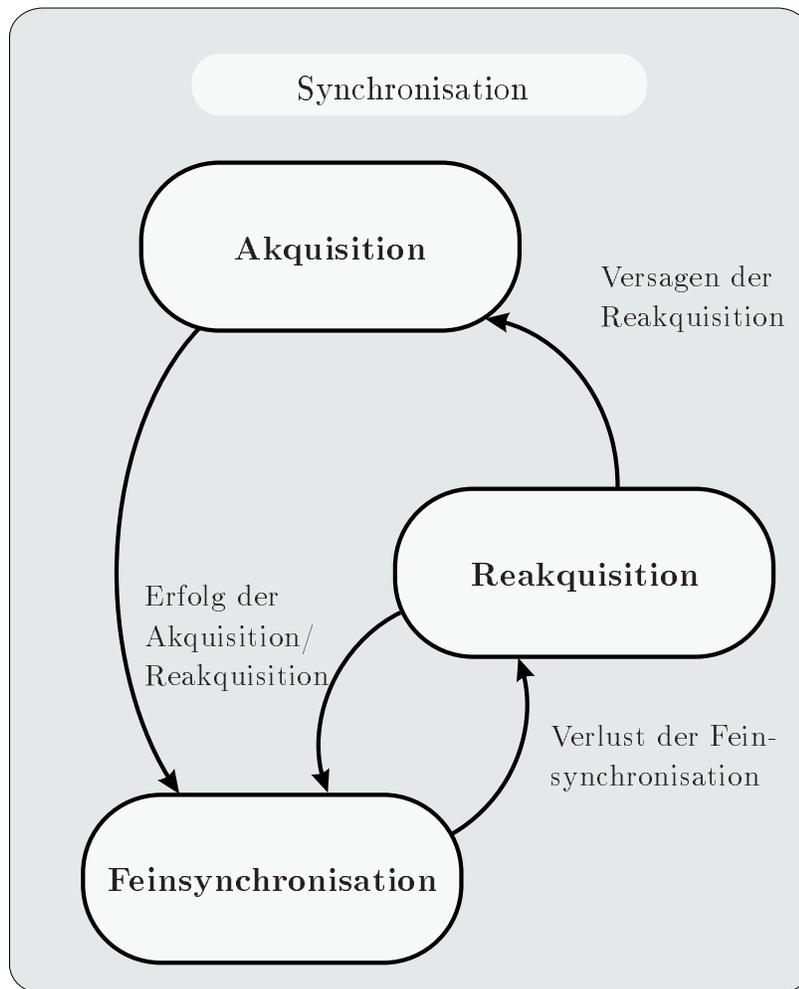


Abb. 1.4 Phasen der Synchronisation eines DSSS-Signals

Von den in Abb. 1.4 dargestellten Synchronisationsschritten werden in dieser Arbeit die Akquisition und die Feinsynchronisation behandelt. Der Schwerpunkt der Betrachtungen liegt auf der Synthese von Anfangssynchronisationsverfahren und deren Analyse. Untersuchungen zur Feinsynchronisation erfolgen soweit, wie es für die Ausführungen zur Akquisition erforderlich ist. Denn nur aus den Bedingungen, unter denen eine Feinsynchronisation erfolgreich sein kann, lassen sich die Anforderungen, die an die Akquisition zu stellen sind, ableiten. Vor den Betrachtungen zur Feinsynchronisation in Kapitel 3 und den Herleitungen von geeigneten Akquisitionsmethoden und deren Analyse in Kapitel 4 und Kapitel 5 werden im nächsten Kapitel geeignete Signal- und Kanalmodelle eingeführt. Geeignet bedeutet in diesem Zusammenhang, daß es diese Modelle erlauben müssen, die genannte

relevante Anwendungsbreite von DSSS-Systemen abzubilden. Daraus folgt, daß die Kanalmodelle sowohl für Satellitenkanäle als auch für terrestrische Übertragungskanäle für Trägerfrequenzen ab einem Gigahertz geeignet sein müssen.

Aus wissenschaftlicher Sicht ist die Auseinandersetzung mit der Anfangssynchronisation vor dem Hintergrund, daß es DSSS-Systeme bereits seit vielen Jahren gibt, aus verschiedenen Gründen wichtig. Eine geschlossene Darstellung von Methoden zur Anfangssynchronisation für die gesamte genannte Einsatzbreite von DSSS-Systemen existiert nicht. Viele ältere Arbeiten basieren auf kontinuierlichen Signaldarstellungen. Heutige Empfänger sind meist digital. Eine durchgängige zeitdiskrete Modellierung ist daher notwendig. Der Fall der Anfangssynchronisation bei frequenzselektiver Mehrwegeausbreitung ist in der Literatur bislang nicht ausreichend behandelt. Dies gilt ebenso für einen Vergleich der in älteren Arbeiten stets verwendeten Schwellwertakquisition mit Maximum-Likelihood-Verfahren. Hinter den Betrachtungen im Rahmen dieser Arbeit steht darüber hinaus stets die Zielsetzung, zu Ansätzen zu gelangen, die eine schnelle Akquisition bei geringer Komplexität ermöglichen.

2 Signal- und Kanalmodelle

Inhalt dieses Kapitels sind die für die Betrachtung der Synchronisation von DSSS-Signalen notwendigen Signal- und Kanalmodelle. Zielsetzung bei der Modellbildung ist es, eine einfache und umfassende Beschreibung zu entwickeln. Die Gliederung dieses Kapitels orientiert sich an dem Aufbau eines bandbreitenden Übertragungssystems. An die Modellierung der Sendesignale schließt die Modellierung des Ausbreitungskanals an. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels beschäftigt sich mit der Vorverarbeitung und Darstellung des Empfangssignals sowie dem Prozeßgewinn eines DSSS-Signals.

2.1 Signalmodelle

Drei prinzipielle Signalmodelle ergeben sich bei der Betrachtung von DSSS-Systemen. Das erste Modell ist das des nicht mit Daten modulierten, periodisch wiederkehrenden Spreizsignals. Das zweite Modell ergibt sich durch Hinzufügen der Datenmodulation und das dritte für den Fall von zeitbegrenzten Signalen. Teil des Signalmodells ist in jedem der drei Fälle die Impulsantwort des impulsformenden Filters.

Impulsformung

Welche Impulsform in einem DSSS-System Verwendung findet, wird durch das Gesamtkonzept bestimmt. Für ein Navigationssystem wie GPS [35], [97] eignen sich Impulsformen, die den ideal zeitbegrenzten Impuls mit

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{T_C}} \text{rect} \left(\frac{t}{T_C} \right) = \begin{cases} 1/\sqrt{T_C} & \text{für } |t| < T_C/2 \\ 0 & \text{für } |t| > T_C/2 \end{cases} \quad (2.1)$$

annähern. Die Autokorrelationsfunktion dieses Impulses hat einen dreieckigen Verlauf, der sich sehr gut für eine Signallaufzeitbestimmung eignet und damit eine genaue Positionsbestimmung zuläßt. Für Mobilfunksysteme wie IS95 [74] oder Globalstar [76] bieten sich aus Gründen der spektralen Effizi-

enz Impulsformen an, die einen ideal bandbegrenzten Impuls mit

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{B}} \frac{\sin(\pi B t)}{\pi t}, \quad B = 1/T_C, \quad (2.2)$$

approximieren. Die etwas ungewöhnlichen Faktoren $1/\sqrt{T_C}$ und $1/\sqrt{B}$ in (2.1) und (2.2) dienen zur Energienormierung der impulsformenden Filter und vereinfachen die weiteren Betrachtungen. Weitere zeitbegrenzte Impulsformen, deren zeitliche Längen die Dauer T_C eines Codechips nicht überschreiten, diskutieren [7], [14], [60].

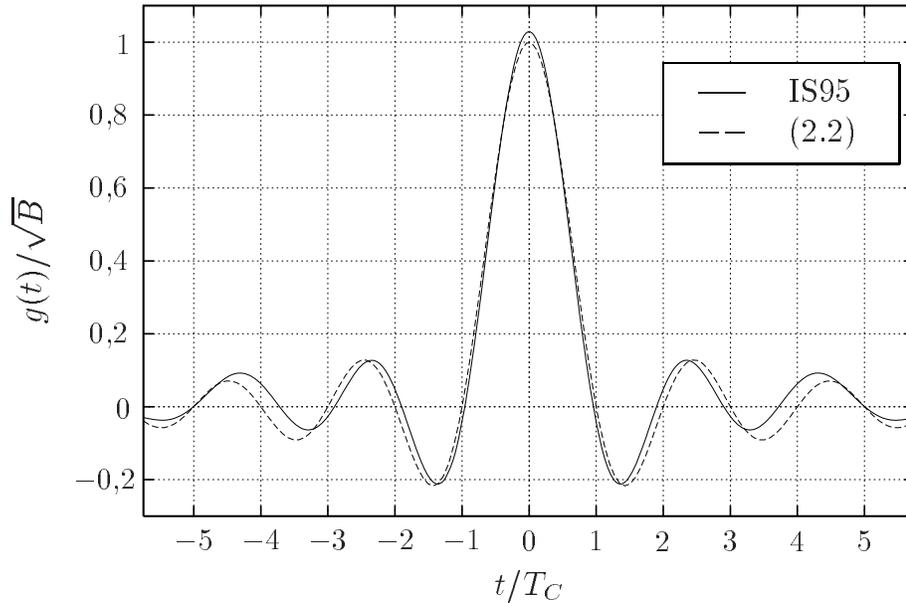


Abb. 2.1 IS95-Impulsform im Vergleich zu (2.2)

Die in (2.1), (2.2) angegebenen Impulsformen lassen sich in realen Systemen aufgrund ihrer idealen Eigenschaften bezüglich Zeit- und Bandbegrenzung nur approximieren. Da sich reale Signale nur im Rahmen der verfügbaren Meßgenauigkeit erfassen lassen, sind (2.1) und (2.2) als Modelle $s(t)$ für alle realen Signale $s_W(t)$ geeignet, für die

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t) - s_W(t)|^2 dt \leq \epsilon \quad (2.3)$$

gilt [81], wobei ϵ die Energie des Meßfehlers bezeichnet. Ist (2.3) erfüllt, werden die Signale $s(t)$ und $s_W(t)$ in [81] als “eindeutig nicht unterscheidbar bezüglich des Niveaus ϵ ” bezeichnet. Abb. 2.1 zeigt den ideal bandbegrenzten

Impuls im Vergleich mit der im IS95-Standard angegebenen Impulsantwort. Die Auswertung von (2.3) ergibt mit $B = 1$ für diesen Fall einen Wert von

$$0,02 \leq \epsilon, \quad (2.4)$$

so daß für ein Meßsystem mit einem Meßfehler $\epsilon > 0,02$ der ideal bandbegrenzte Impuls nicht von der im IS95-Standard verwendeten Approximation zu unterscheiden ist.

Da die Energie der impulsformenden Filter mit den Impulsantworten nach (2.1) und (2.2) auf 1 normiert ist, bedeutet dies, daß für ein Meßsystem mit einem Meßfehler von 2 Prozent bezogen auf die Energie ein IS95-Impuls und ein ideal bandbegrenzter Impuls nicht zu unterscheiden sind.

Nicht mit Daten modulierte DSSS-Signal

Ein nicht mit Daten modulierte, periodisches Spreizsignal wird beispielsweise im Mobilfunkstandard IS95 als Synchronisationssignal und für die Schätzung der Kanalparameter im Downlink verwendet. Das Signalmodell $x(t)$ ergibt sich durch Faltung der Impulsantwort des impulsformenden Filters mit der periodischen Spreizfolge

$$b(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{n \bmod N} \delta(t - nT_C) \quad (2.5)$$

zu

$$x(t) = b(t) * g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{n \bmod N} g(t - nT_C). \quad (2.6)$$

b_n , $n = 0, \dots, N - 1$, stellt hierbei eine Periode des Spreizcodes dar. Ein Element b_n des Spreizcodes sei als Chip mit der Chipdauer T_C bezeichnet. Die Wahl des Spreizcodes hängt von der konkreten Anwendung ab. Einen guten Überblick über bekannte Codefolgen gibt [62]. Für Übertragungssysteme sind vor allem uniforme Spreizcodes [62, S.82], für die $|b_n| = 1 \forall n \in \mathbf{Z}$ gilt, wichtig.

Mit Daten modulierte DSSS-Signal

Eine geeignete Modellierung des Datensignals ergibt sich in Form eines diskreten komplexwertigen Zufallsprozesses D_i , $i \in \mathbf{Z}$. Die Art der Modulation

bestimmt, welche Realisierungen d_i für die Zufallsvariablen D_i auftreten können und mit welcher Häufigkeit dies geschieht. Vektoriell läßt sich schreiben

$$\underline{\mathbf{D}} = (\dots, D_{-1}, D_0, D_1, \dots)^T. \quad (2.7)$$

Wird das Spreizsignal aus (2.6) mit dem diskreten stochastischen Prozeß $D_i, i \in \mathbf{Z}$, moduliert, ergibt sich ein stochastischer Prozeß $X(\underline{\mathbf{D}}, t)$, von dem $x(\underline{\mathbf{d}}, t)$ eine Realisierung ist. Für $X(\underline{\mathbf{D}}, t)$ läßt sich mit [102]¹

$$X(\underline{\mathbf{D}}, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_{\lfloor n/M \rfloor} b_{n \bmod N} g(t - nT_C) \quad (2.8)$$

schreiben. Der Parameter M gibt an, wieviele Codechips mit einem Informationssymbol d_i moduliert werden, so daß $MT_C = T_B$ die Symboldauer ist. Für das Navigationssystem GPS gilt beispielsweise $M = 20N$, so daß ein Datensymbol 20 Codeperioden moduliert. Anders als beim nicht mit Daten modulierten hat das modulierte Signal zufälligen Charakter. Die Modellierung erfolgt daher als stochastischer Prozeß.

Zeitbegrenzt, mit Daten moduliertes DSSS-Signal

Der Klasse der zeitbegrenzten DSSS-Signale können im weitesten Sinne Signale von Pulskompressionsradaren [62], DSSS-Signale in Kombination mit Zeitmultiplex, wie für UMTS vorgeschlagen [2], [21], [51], [52], oder zeitlich begrenzte Aussendungen hinzugerechnet werden [84]. Ein geeignetes Modell ergibt sich durch zeitliche Begrenzung mit

$$b_S(t) = \sum_{n=0}^{S-1} b_{n \bmod N} \delta(t - nT_C) \quad (2.9)$$

zu

$$X_S(\underline{\mathbf{D}}, t) = \sum_{n=0}^{S-1} D_{\lfloor n/M \rfloor} b_{n \bmod N} g(t - nT_C), \quad (2.10)$$

wobei $x_S(\underline{\mathbf{d}}, t)$ eine Realisierung dieses stochastischen Prozesses ist. Für das nicht mit Daten modulierte, zeitbegrenzte DSSS-Signale folgt aus (2.10) das

¹ $\lfloor x \rfloor$ bezeichnet den ganzzahligen Teil von $x, x \in \mathbb{R}$

deterministische Signalmodell

$$x_S(t) = \sum_{n=0}^{S-1} b_{n \bmod N} g(t - nT_C). \quad (2.11)$$

Für ideal bandbegrenzte Impulsformung sind die Signalmodelle nach (2.10) und (2.11) nicht zeitbegrenzt. Die Zeitbegrenzung läßt sich in diesem Fall durch eine Multiplikation mit $\text{rect}((t - 0,5 \cdot ST_C)/(ST_C))$ oder einer anderen zeitbegrenzten Fensterfunktion erzwingen. Mit (2.10) und (2.11) lassen sich so Signale modellieren, die nur im Intervall $[0, ST_C]$ Werte ungleich Null aufweisen. Wichtig ist, daß die Größe S stets mit der Zeitdauer eines Chipintervalls verknüpft ist.

2.2 Kanalmodelle

Abb. 2.2 zeigt das den weiteren Betrachtungen zugrunde liegende Kanalmodell, dessen Elemente in diesem Abschnitt erläutert werden. Das Kanalmodell setzt sich zusammen aus einer Zeitverschiebung τ , einer zeitvarianten Impulsantwort $h(\eta, t)$ zur Modellierung von Mehrwegeausbreitungen, einer Frequenzverschiebung um ν und additivem Rauschen $z(t)$.

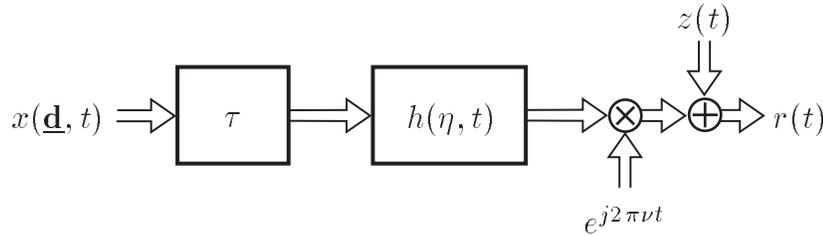


Abb. 2.2 Kanalmodell

2.2.1 Zeitverschiebung

Die Realisierung τ der Zufallsvariablen T ist, falls Sender- und Empfängeruhr der Basisbandverarbeitung exakt gleich gehen, identisch mit der Signallaufzeit vom Sender zum Empfänger, wenn es nur einen Ausbreitungspfad des Signals vom Sender zum Empfänger gibt. Ohne zusätzliche Information kann der Empfänger aufgrund der endlichen Länge eines Spreizcodes die Zeitverschiebung nur für die Signallaufzeiten bestimmen, die kürzer als die Periodendauer des Spreizcodes sind. Ist die Zeitverschiebung größer als

eine Spreizcodeperiode, läßt sich nur der bei einer Division der Zeitverschiebung durch die Periodendauer NT_C resultierende Rest bestimmen. Dies ist für die Akquisition von DSSS-Signalen unabhängig vom System vollkommen ausreichend. Für T wird daher eine Gleichverteilung im Intervall $[0, NT_C)$ angenommen.

Weisen die Uhren von Sender und Empfänger einen absoluten Fehler auf, so geht dieser ebenfalls in T ein. Die Zeitverschiebung setzt sich dann aus diesem absoluten Fehler und der Signallaufzeit zusammen.

2.2.2 Mehrwegeausbreitung

Der Prozeß $H(\eta, t)$, dessen Realisierung $h(\eta, t)$ ist, modelliert die Ausbreitung eines Signals in einem Mehrwegeumfeld. Eine geeignete Beschreibung des Prozesses $H(\eta, t)$ ist das WSSUS-Modell. WSSUS steht für wide-sense stationary uncorrelated scattering [4]. Dieses Modell umfaßt die Beschreibung von zeitvarianten frequenzselektiven und nicht-frequenzselektiven Mehrwegeausbreitungen.

Die Herleitung des WSSUS-Modells erfolgt in [4] zunächst über eine deterministische Beschreibung der zeitvarianten Mehrwegeausbreitung. In einem zweiten Schritt werden die deterministischen Funktionen als Realisierungen stochastischer Prozesse aufgefaßt und mittels Korrelationsfunktionen näherungsweise beschrieben. Ausgangspunkt der Überlegungen ist die Gleichung²

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \eta)h(\eta, t) d\eta, \quad (2.12)$$

wobei $h(\eta, t)$ eine zeitvariante Impulsantwort ist. $h(\eta, t)$ läßt sich interpretieren als die Antwort des Mehrwegeumfeldes zum Zeitpunkt t auf einen um η Sekunden zurückliegenden Impuls [4]. Unter der Annahme, daß $x(t)$ auf $|f| \leq B/2$ bandbegrenzt ist, läßt sich für $X(f)$ schreiben [48]

$$X(f) = \begin{cases} \frac{1}{B} \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(l/B) e^{-j2\pi fl/B} & \text{für } |f| \leq B/2 \\ 0 & \text{sonst .} \end{cases} \quad (2.13)$$

Da reale Systeme stets bandbegrenzend wirken, stellt die Annahme der Bandbegrenzung keine Einschränkung dar.

² $x(\underline{d}, t)$ ist aus Gründen der Übersichtlichkeit zu $x(t)$ gesetzt

Die Fourier-Transformation von $h(\eta, t)$ bezüglich η ergibt die zeitvariante Übertragungsfunktion

$$T(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\eta, t) e^{-j2\pi f\eta} d\eta. \quad (2.14)$$

Mittels der inversen Fourier-Transformation, des Faltungssatzes, (2.14) und (2.13) läßt sich für (2.12) schreiben [4]

$$\begin{aligned} w(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} X(f) T(f, t) e^{j2\pi ft} df \\ &= \frac{1}{B} \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(l/B) \int_{-B/2}^{B/2} T(f, t) e^{j2\pi f(t-l/B)} df. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Mit der Definition

$$h'(\eta, t) = \int_{-B/2}^{B/2} T(f, t) e^{j2\pi f\eta} df = \frac{\sin(\pi B\eta)}{\pi\eta} * h(\eta, t) \quad (2.16)$$

folgt [73, S.796]

$$\begin{aligned} w(t) &= \frac{1}{B} \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(l/B) h'(t-l/B, t) \\ &= \frac{1}{B} \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(t-l/B) h'(l/B, t). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Im Grenzübergang für $B \rightarrow \infty$ gilt [30, S.346]

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \frac{\sin(\pi B\eta)}{\pi\eta} = \delta(\eta), \quad (2.18)$$

so daß sich (2.17) mit (2.18) für großes B durch

$$w(t) \approx \frac{1}{B} \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(t-l/B) h(l/B, t) \quad (2.19)$$

Kanalmodell	L	
AWGN	$L = 1$	$ h(0, t) = 1$ $\arg\{h(0, t)\} = \varphi_0$
nicht-frequenzselektiver Mehrwegekanal	$L = 1$	$h(0, t)$ ist Realisierung des Prozesses $H(0, t)$
frequenzselektiver Mehrwegekanal	$L > 1$	$h(l/B, t)$ ist Realisierung des Prozesses $H(l/B, t)$

Tab. 2.1 Kanalmodelle

annähern läßt [99], [101].

Aufgrund seiner diskreten Struktur eignet sich (2.19) besonders gut für simulative Untersuchungen. In Abb. 2.3 ist die sich für zeitbegrenzte Impulsantworten $h(\eta, t)$ ergebende kanonische Struktur für L auflösbare Mehrwege dargestellt. In Abhängigkeit von L und der Modellierung der Koeffizienten $h(l/B, t)$ lassen sich einschließlich der übrigen Kanaleinflüsse verschiedene Kanalmodelle unterscheiden. In der Literatur wird zwischen den Fällen $L = 1$ und $L > 1$ unterschieden [53], [73]. Für die nachfolgend diskutierte Modellierung der Funktionen $h(l/B, t)$, $l \in \mathbb{Z}$, als Realisierung komplexwertiger Gaußprozesse $H(l/B, t)$, ergibt sich für $L = 1$ das Kanalmodell des nicht-frequenzselektiven und für $L > 1$ das des frequenzselektiven Mehrwegekanals. Der Fall $L = 1$ mit $|h(0, t)| = 1$ und $\arg\{h(0, t)\} = \varphi_0$ wird im Rahmen dieser Arbeit als das Kanalmodell des additiven weißen Gaußschen Rauschens (AWGN) bezeichnet. In Tab. 2.1 sind die Kanalmodelle zusammengefaßt.

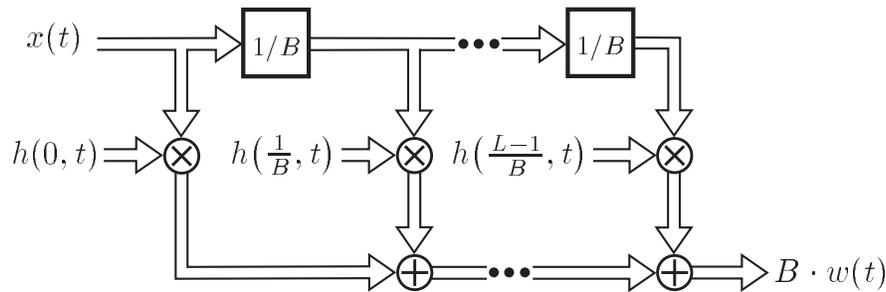


Abb. 2.3 Auflösbare Mehrwege

Für die Nachbildung realer Kanäle ist die Kenntnis der Funktionen

$$h(l/B, t), \quad l = 0, \dots, L - 1,$$

notwendig. Meßtechnisch lassen sich diese Funktionen mit einigem Aufwand erfassen [11], [23]. Die Verwendung gemessener Impulsantworten zur Simulation zeitvarianter Mehrwege wird in [6] verfolgt. In der Regel stehen keine Messungen zur Verfügung. Eine stochastische Modellierung hingegen erlaubt die Simulation von Mehrwegekanälen, auch wenn keine Messungen von Impulsantworten zur Verfügung stehen. Eine vollständige stochastische Beschreibung einer Mehrwegeausbreitung erfordert die Kenntnis der mehrdimensionalen Verteilung

$$f_{H(0,t),\dots,H((L-1)/B,t)}(h(0,t),\dots,h((L-1)/B,t)) \quad \forall t \in \mathbb{R}. \quad (2.20)$$

“In Anwendungen ist es gewöhnlich schwierig, mehrdimensionale Zufallsvariablen zu untersuchen. Vielfach kann man aus dem Beobachtungsmaterial nur die Momente der Zufallsvariablen berechnen” [26, S.372]. Eine näherungsweise Beschreibung erfolgt daher häufig anhand der Momente des Prozesses $H(l/B, t)$. Um aus Beobachtungen zumindest die ersten beiden Momente gewinnen zu können, wird von der Stationarität im weiteren Sinne (wide-sense stationary = WSS) ausgegangen. Der Prozeß $H(\eta, t)$ ist im weiteren Sinne stationär, wenn für den Mittelwert gilt [67]

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(\eta, t) \cdot f_{HH}(h(\eta, t)) dh(\eta, t) = \mu(\eta) \quad (2.21)$$

und die Autokorrelationsfunktion nur von der Zeitdifferenz ξ abhängt

$$E\{H(\eta, t_1)H^*(\eta', t_2)\} = E\{H(\eta, t)H^*(\eta', t + \xi)\}. \quad (2.22)$$

Die zweite wesentliche Annahme des WSSUS-Modells betrifft die Korrelation zwischen am Empfänger einfallenden Wellen. Für diese Wellen wird davon ausgegangen, daß der Einfluß des Mehrwegeumfeldes auf eine Welle unkorreliert zu dem Einfluß auf alle anderen erfolgt (uncorrelated scattering = US). Die Autokorrelationsfunktion des WSSUS-Modells vereinfacht sich unter dieser Annahmen weiter zu [4]

$$E\{H(\eta, t)H^*(\eta', t + \xi)\} = \varphi_{HH}(\eta, \xi)\delta(\eta - \eta'). \quad (2.23)$$

(2.19) zieht nach sich, daß sich für bandbegrenzte Signale nur zeitdiskrete Mehrwege auflösen lassen. Jeder auflösbare Mehrweg in Abb. 2.3 repräsentiert die Mehrwege, die ungefähr die gleiche Signallaufzeit aufweisen. Mit der Annahme, daß jeder dieser physikalischen Mehrwege einer in Be-

zug auf die anderen physikalischen Mehrwege unabhängigen Dämpfung und Phasendrehung unterliegt, lassen sich die stochastischen Prozesse $H(l/B, t)$, $l \in \mathbf{Z}$, aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes durch Gaußprozesse annähern [67, S.214]. Das sich ergebende Modell wird in der Literatur als GWSSUS-bezeichnet [38]. Da es sich um komplexwertige Gaußprozesse handelt, ist die Verteilung aus (2.20) durch den Mittelwert (2.21) und die Autokorrelationsfunktion (2.23) auch für das GWSSUS-Modell nur in Sonderfällen vollständig beschrieben (vgl. [67, S.198]).

Eine wesentliche Konsequenz der in (2.19) gemachten Näherung ist, daß die auflösbaren Mehrwege in Abb. 2.3 unkorreliert sind. Bei einer näherungs-freien Rechnung folgt eine Korrelation der Mehrwege [4]³. Messungen [68, S.248] und theoretische Auswertung [56, S.36] zeigen, daß die Korrelation gering ist und mit wachsender Bandbreite entsprechend (2.18) abnimmt. Da bandspreizende Systeme in der Regel breitbandig sind, gilt die Unkorreliert-heit der auflösbaren Mehrwege in guter Näherung.

Scatterfunktion

Die Fourier-Transformation von $\varphi_{HH}(\eta, \xi)$ aus (2.23) bezüglich ξ ergibt

$$\Phi_{HH}(\eta, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{HH}(\eta, \xi) e^{-j2\pi\nu\xi} d\xi. \quad (2.24)$$

(2.24) wird als Scatterfunktion bezeichnet [4]. Anschaulich betrachtet, be-schreibt die Variable η in (2.24) die zeitdispersive und ν die frequenzdisper-sive Wirkung der Mehrwegeausbreitung. τ und ν bewirken im Gegensatz zu η und ν keine Dispersion sondern nur eine reine Verschiebung in Zeit oder Frequenz.

Doppler Spektrum

Im weiteren Verlauf wird stets von einer endlichen Anzahl L auflösbarer Mehrwege ausgegangen. Für das Kanalmodell aus (2.19) ist daher die Kennt-nis der Scatterfunktion für $\eta = l/B, l = 0, \dots, L-1$, erforderlich. Die weiteren Betrachtungen vereinfachen sich durch die Darstellung der Scatterfunktion für $\eta = l/B$ als Produkt zweier Funktionen, so daß sich die Effekte von Zeit- und Frequenzverschiebung getrennt betrachten lassen

$$\Phi_{HH}(l/B, \nu) = P(l/B)Q_l(\nu), \quad l = 0, \dots, L-1. \quad (2.25)$$

³in der entsprechenden Gleichung (130) in [4] fehlt der Term $\text{sinc}(W_i(\xi - n/W_i))$

$P(l/B)$ bestimmt die mittlere Leistung der Mehrwege. Die Funktionen $Q_l(v)$ sind die normalisierten spektralen Leistungsdichten der Prozesse $H(l/B, t)$, $l = 0, \dots, L - 1$. Mittels theoretischer Überlegungen lassen sich für diese Leistungsdichtespektren prinzipielle Verläufe angeben, die nachfolgend diskutiert werden. Tritt nur ein physikalischer Ausbreitungspfad ($L = 1$) auf und bewegen sich weder Sender noch Empfänger, gilt $Q_0(v) = \delta(v)$. Bewegen sich Sender oder Empfänger, folgt

$$Q_0(v) = \delta(v - v_m), \quad (2.26)$$

wobei v_m die durch die Eigenbewegung von Sender oder Empfänger hervorgerufene Dopplerverschiebung ist.

Bei Übertragungsfrequenzen von 1 GHz und höher ist eine Mehrwegeausbreitung auf Umgebungseinflüsse wie Streuungen an Geländerauhigkeiten, Vegetation und Bauwerken sowie auf Reflexionen an Berghängen oder Häuserfronten zurückzuführen [63, Seite H.28]. Eine zeitvariante Mehrwegeausbreitung wird daher vor allem durch die Bewegung eines Nutzers innerhalb eines Mehrwegeumfeldes hervorgerufen.

Die Betrachtungen der Auswirkungen eines zeitvarianten Mehrwegeumfeldes auf die Funktionen $Q_l(v)$, $l = 0, \dots, L - 1$, erfolgt nun am Beispiel einer Verbindung vom ortsfesten Sender zum mobilen Empfänger. Es wird davon ausgegangen, daß die Sendeantenne frei steht und die Empfangsantenne aufgrund von Mehrwegeausbreitungen das Sendesignal aus unterschiedlichen Richtungen empfängt. Die spektralen Leistungsdichten $Q_l(v)$, $l = 0, \dots, L - 1$, sind abhängig von den Dopplerverschiebungen der verschiedenen Einfallsrichtungen. Für die weiteren Betrachtungen ist β die Elevation und α der Azimut einer am Empfänger einfallenden Welle (siehe Abb. 2.4).

Ausgehend von den Annahmen, daß für gegebenes β die Wellen bezüglich des Azimuts α gleichverteilt einfallen und die Richtcharakteristik $F(\beta)$ der Empfangsantenne rotationssymmetrisch ist, läßt sich unter Verwendung der Ergebnisse aus [1], [56], [92] schreiben

$$Q_l(v) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{E_0}{4\pi v_m \cos \beta} \frac{\text{rect}\left(\frac{v}{2v_m \cos \beta}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_m \cos \beta}\right)^2}} F^2(\beta) p_l(\beta) d\beta. \quad (2.27)$$

Die Konstante E_0 dient zur Normierung von $Q_l(v)$. Die Berücksichtigung der Leistung eines auflösbaren Mehrwegs erfolgt durch die Funktion $P(l/B)$ aus (2.25). $p_l(\beta)$ ist die Dichtefunktion der hier als Zufallsvariablen interpretiert

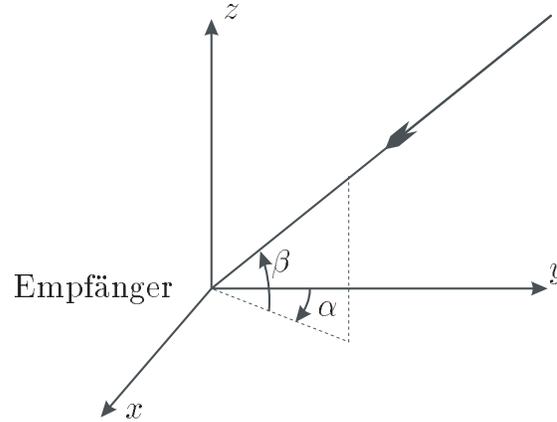


Abb. 2.4 Elevation und Azimut einer einfallenden Welle

tierten Elevation β . Für $p_l(\beta) = \delta(\beta)$ und $F(0) = 1$ ergibt sich aus (2.27)

$$Q_l(v) = \frac{E_0}{4\pi v_m} \frac{\text{rect}\left(\frac{v}{2v_m}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{v_m}\right)^2}}. \quad (2.28)$$

(2.28) wird in der Literatur auch als Clarke oder Jakes Spektrum [45], [68] bezeichnet. Die hohe Akzeptanz dieses bezüglich der Elevation wenig realistischen Ansatzes - nur die Elevation $\beta = 0$ ist zulässig - hängt mit der guten Übereinstimmung mit Meßergebnissen [12] und der einfachen analytischen Darstellung zusammen.

Bei einem gleichmäßigen Einfall der Wellen aus allen Raumrichtungen folgt [92]

$$p_l(\beta) = \frac{\cos \beta}{2}, \quad |\beta| \leq \frac{\pi}{2}. \quad (2.29)$$

Nimmt man eine Verteilung gemäß (2.29) an, begrenzt jedoch die Einfallswinkel der Wellen auf das Intervall $[-\beta_m, \beta_m]$, so folgt für $p_l(\beta)$

$$p_l(\beta) = \frac{\cos \beta}{2 \sin \beta_m}, \quad |\beta| \leq |\beta_m| \leq \frac{\pi}{2}. \quad (2.30)$$

Für eine ideale Kugelcharakteristik der Antenne, das heißt $F(\beta) = 1$, resultiert in diesem Fall das von Aulin angegebene Spektrum [1]

$$Q_I(v) = \begin{cases} \frac{C}{2} - \frac{C}{\pi} \arcsin \frac{2 \cos^2 \beta_m - 1 - \left(\frac{v}{v_m}\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{v_m}\right)^2}, & |v| < v_m \cos \beta_m \\ C, & v_m \cos \beta_m \leq |v| \leq v_m \\ 0, & v_m < |v| \end{cases} \quad (2.31)$$

mit

$$C = \frac{E_0}{8v_m \sin \beta_m}.$$

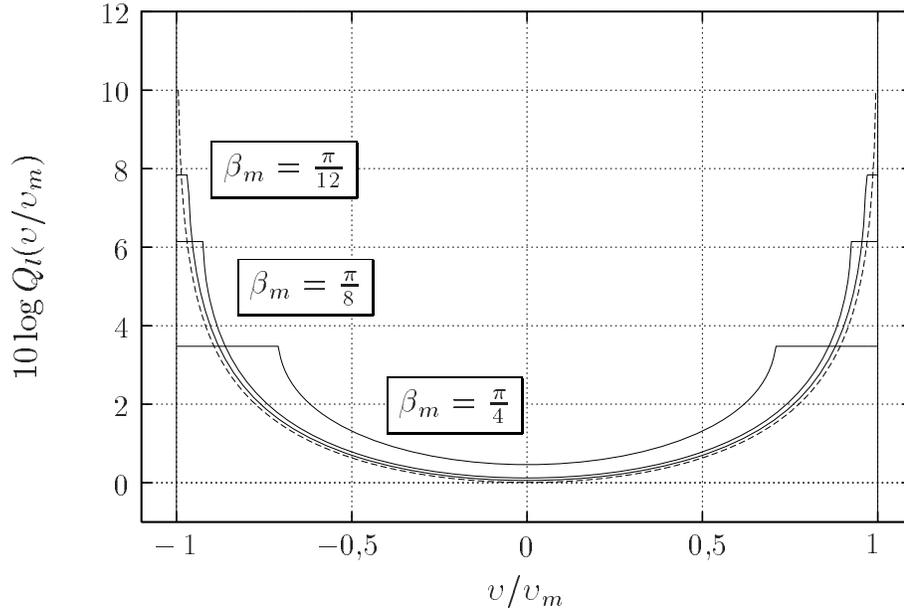


Abb. 2.5 Clarke und Aulin Spektrum

Abb. 2.5 zeigt (2.28) und (2.31) im Vergleich. Der Vorteil von (2.31) besteht darin, daß im Gegensatz zu (2.28) keine Singularitäten bei $|v/v_m| = 1$ auftreten. Für $\beta_m = \pi/2$, was einem gleichmäßigen Einfall aus allen Raumrichtungen gemäß (2.29) entspricht, ergibt sich ein rechteckiges Dopplerspektrum

$$Q_I(v) = \frac{E_0}{8v_m \sin \beta_m} \text{rect} \left(\frac{v}{2v_m} \right). \quad (2.32)$$

Mit Hilfe der Dopplerspektren ist es möglich, eine Aussage über die Zeitkonstanz des Mehrwegekanals zu treffen. Durch die inverse Fourier-Transformation von beispielsweise (2.32) folgt die Autokorrelationsfunktion eines entsprechenden Koeffizientenprozesses $H(l/B, t)$ zu

$$\varphi_{HH}(l/B, \xi) = P(l/B) \cdot \frac{E_0}{8v_m \sin \beta_m} \frac{\sin(2\pi v_m \xi)}{\pi \xi}. \quad (2.33)$$

Ausgehend von der Annahme, daß der Kanal für ein Verhältnis von

$$\frac{\varphi_{HH}(l/B, \xi)}{\varphi_{HH}(l/B, 0)} > 0,9$$

als konstant zu betrachten ist, folgt eine Dauer von $\xi_{\text{konst}} \approx 0,787/(2\pi v_m)$, für die diese Annahme zutrifft. Bei einer Trägerfrequenz von 1 GHz und einer Geschwindigkeit des Empfängers von 200 km/h resultiert eine maximale Dopplerverschiebung von ungefähr

$$v_m = 185 \text{ Hz}, \quad (2.34)$$

so daß

$$\xi_{\text{konst}} = 0,68 \text{ ms} \quad (2.35)$$

gilt. Dieser Wert entspricht im IS95-Standard mit $T_C = 1/1,2288 \text{ MHz}$ 836 Chipintervallen T_C .

Eine von (2.27) verschiedene Darstellung von $Q_l(v)$, welche auch die Berücksichtigung anderer Verteilungen als der Gleichverteilung für den Azimut α erlaubt, wird in [92] untersucht. Ferner wird in [92] gezeigt, daß bei gleichzeitig bewegtem Sender und Empfänger die Einflüsse $Q_{S,l}(v)$ der Sendarantenne und der Empfangsantenne $Q_{E,l}(v)$ gemäß

$$Q_l(v) = Q_{S,l}(v) * Q_{E,l}(v) \quad (2.36)$$

miteinander verknüpft sind. Aus (2.36) folgt, daß Eigenbewegungen von Sender und Empfänger unterschiedliche Auswirkungen zeigen können. Während ein in einem Mehrwegeumfeld bewegter Empfänger eines Satellitensystems eine Frequenzdispersion des Empfangssignals verursacht, führt eine Eigenbewegung des Satelliten zu einer reinen Dopplerverschiebung des Signals [33], [92], wie durch (2.26) beschrieben.

System	Orbit	Umlaufzeit	Inklination	Trägerfrequenz
GPS	zirkular 20200 km	718,7 min	55°	1,57542 GHz (L1 Frequenz)
Globalstar	zirkular 1414 km	113 min	52°	2,5 GHz

Tab. 2.2 Systemparameter für GPS und Globalstar

2.2.3 Frequenzverschiebung

Da ein Frequenzfehler durch Oszillatorungenauigkeiten und ein Frequenzversatz gemäß (2.26) bezüglich des Empfangssignals $r(t)$ die gleiche Wirkung entfalten, werden sie summarisch durch die Frequenzverschiebung V , deren Realisierung ν ist, erfaßt.

Voneinander abweichende Empfänger- und Senderoszillatoren führen zu einer Frequenzablage des Empfangssignals. Entscheidend für die Frequenzablage sind die Oszillatoren, die empfängerseitig die Frequenz für das Heruntermischen des Signals vorgeben. Kostenfaktoren bestimmen die Güte der verwendeten Produkte. Während beispielsweise in den Basisstationen eines Netzes der Einsatz genauer, teurer Oszillatoren gerechtfertigt ist, sind bei den Endgeräten günstige Produkte mit einem guten Preis-Leistungsverhältnis gefordert. Verwendung finden in der Regel temperaturkompensierte Oszillatoren (TCXO) [90]. Die erreichbare Genauigkeit dieser Bauteile liegt zwischen 10^{-6} und $2 \cdot 10^{-6}$ [20]. Die Genauigkeit ist jedoch einem Alterungsprozeß unterworfen [34], der mit einer Veränderung des relativen Fehlers von bis zu 10^{-5} pro Jahr anzusetzen ist [13].

Während in terrestrischen Übertragungssystemen die Dopplerverschiebung ν_m , hervorgerufen durch Eigenbewegungen von Sender und Empfänger, gering ist (vgl. (2.34)), nimmt sie in Satellitensystemen zum Teil sehr große Werte an. Abb. 2.6 und Abb. 2.7 zeigen die durch die Eigenbewegung der Satelliten in den Systemen GPS und Globalstar hervorgerufene Dopplerverschiebung, wenn ein Nutzer auf dem Äquator steht und der Satellit, zu dem die Verbindung besteht, direkt über den Nutzer hinwegfliegt. Es sei angenommen, daß der Nutzer auf dem Niveau des Meeresspiegels steht und er die Signale des Satelliten bereits bei einem Elevationswinkel von 0 Grad empfangen kann. Die in Abb. 2.6 und Abb. 2.7 gezeigten Verläufe lassen sich mit den Systemparametern aus Tab. 2.2 anhand der Ausführungen in [49] berechnen. Der Unterschied im prinzipiellen Verlauf der beiden Kurven ist im wesentlichen durch die Flughöhe der Satelliten bestimmt. Die Flughöhe

hat zudem deutlichen Einfluß auf die Stärke der Dopplerverschiebung, da mit zunehmender Flughöhe die Geschwindigkeit eines Satelliten in Richtung eines Nutzers auf der Erde abnimmt. Die maximale vom System bedingte Dopplerverschiebung ist größer als die Maxima in Abb. 2.6 und Abb. 2.7. Für das Global Positioning System beträgt die maximal mögliche Dopplerverschiebung beispielsweise 4,3 kHz [35, S.450].

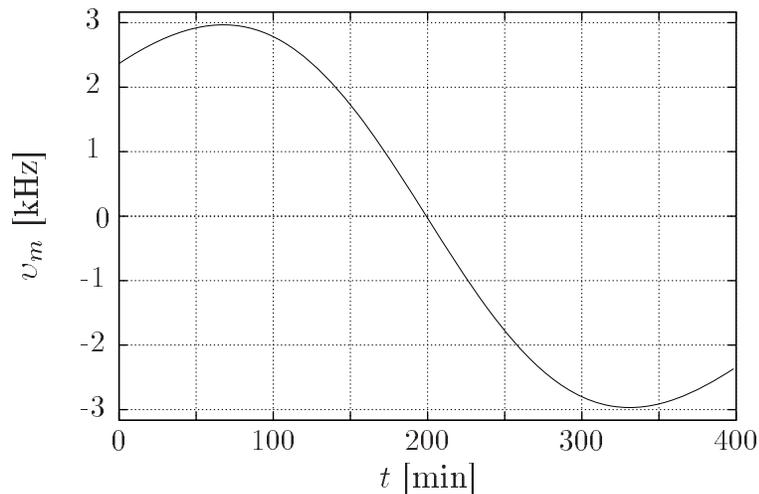


Abb. 2.6 v_m für einen Nutzer auf dem Äquator für GPS

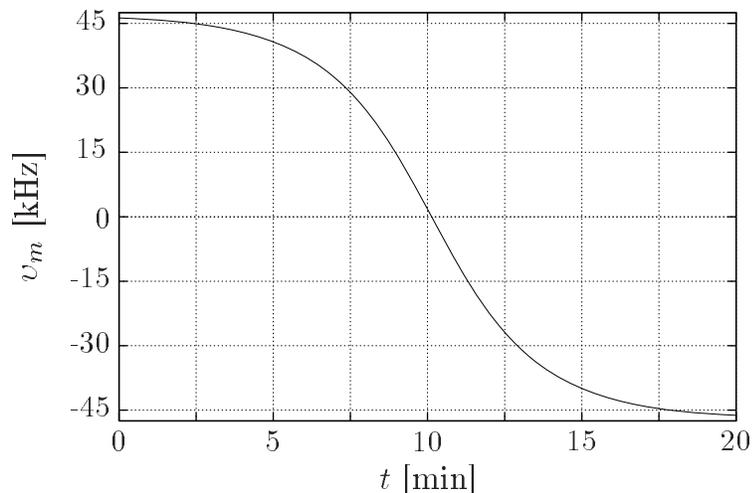


Abb. 2.7 v_m für einen Nutzer auf dem Äquator für Globalstar

Da eine allgemeingültige Aussage über die Verteilung der Frequenzverschiebung V nicht möglich ist, sei angenommen, daß sie auf dem Intervall $[-\nu_{\max}, \nu_{\max}]$ gleichverteilt ist. ν_{\max} ist hierbei die maximal zu erwartende Frequenzverschiebung.

Die Relativbewegung von Sender und Empfänger führt neben der Dopplerverschiebung zu einer Dopplerstauchung beziehungsweise Dopplerstreckung des Signalspektrums und beeinflusst daher die Basisbandsignalverarbeitung. Der relative Einfluß dieses Effektes ist durch das Verhältnis von v_r/c der Relativgeschwindigkeit v_r zwischen Sender und Empfänger und der Lichtgeschwindigkeit c gegeben, sofern $v_r \ll c$ gilt [47]. Für das System Globalstar läßt sich v_r aufgrund der geringen Orbithöhe (siehe Tab. 2.2) näherungsweise gleich der Satellitengeschwindigkeit setzen, so daß $v_r/c = 2,4 \cdot 10^{-5}$ folgt. Dieser Wert besitzt ungefähr die Größenordnung des relativen Oszillatorfehlers und ist diesem additiv hinzuzurechnen. Mit Ausnahme von Systemen mit tieffliegenden Satelliten wie Globalstar ist die Dopplerstauchung beziehungsweise die Dopplerstreckung zu vernachlässigen.

2.2.4 Kanalrauschen

Für den additiven Rauschprozeß $Z(t)$ aus Abb. 2.2 sei angenommen, daß es sich um einen stationären weißen Gaußprozeß handelt. Ferner soll

$$\varphi_{ZZ}(\xi) = N_0 \delta(\xi) \quad (2.37)$$

und

$$\text{Var}\{\text{Re}\{Z(t)\}\} = \text{Var}\{\text{Im}\{Z(t)\}\} \quad (2.38)$$

gelten.

Neben dem Kanalrauschen modelliert der Prozeß $Z(t)$ das durch die Abtastung entstehende Quantisierungsrauschen. Erfolgt die Abtastung vor der Entspreizung, ist für die Dichtefunktion des Quantisierungsrauschens nach der Entspreizung mit dem zentralen Grenzwertsatz in guter Näherung von einer Gaußverteilung auszugehen. Effekte der Quantisierung auf unterschiedliche DSSS-Systeme werden eingehend in [16] und [17] untersucht. Für IS95 folgt mit [16], daß sich bei einer Quantisierung mit 4 Bit ungefähr ein Signal-zu-Rauschverhältnisverlust nach der Entspreizung von 0,5 dB ergibt, während er für 8 Bit zu vernachlässigen ist.

Gleichkanalstörungen lassen sich ebenfalls mit $Z(t)$ berücksichtigen. Die Überlagerung vieler Störsignale approximiert wiederum eine Gaußverteilung. Ist die Anzahl der Störer klein, greift der zentrale Grenzwertsatz nicht. Genau wie bei der Quantisierung ist aber spätestens nach der Entspreizung von einem Gaußverteilten Störsignal auszugehen. Die Gültigkeit dieser Betrachtungsweise belegen die Untersuchungen in [70] und [50].

2.3 Abtastung und Darstellung des Empfangssignals

In diesem Abschnitt wird die Abtastung eines kontinuierlichen Empfangssignals für bandbegrenzte und für zeitbegrenzte Impulsformung diskutiert. Die weiteren Betrachtungen befassen sich mit dem Prozeßgewinn eines DSSS-Systems, der daraus resultierenden Definition eines Signal-zu-Rauschverhältnisses und der Darstellung zeitdiskreter Signale in vektorieller Form. Insbesondere der Prozeßgewinn und die vektorielle Darstellung der Signale sind für die Untersuchungen zur Anfangssynchronisation wichtig. Voraussetzung für die vektorielle Beschreibung ist jedoch zunächst die Abtastung des Empfangssignals.

2.3.1 Bandbegrenzung und Diskretisierung des Empfangssignals

Um die Realisierung $r(t)$ des Prozesses $R(t)$ aus Abb. 2.2 abzutasten, ist sie einer Bandbegrenzung zu unterziehen. Diese Bandbegrenzung wird als ideal angenommen, so daß für die Impulsantwort $g_{TP}(t)$ des bandbegrenzenden Filters

$$g_{TP}(t) = \frac{1}{\sqrt{B_{TP}}} \frac{\sin \pi B_{TP} t}{\pi t} \quad (2.39)$$

gilt. Bei der Bestimmung der Bandbreite B_{TP} sind die Bandbreite B des gespreizten Signals und die maximal mögliche Frequenzverschiebung ν_{\max} so zu berücksichtigen, daß

$$\frac{B_{TP}}{2} \geq \frac{B}{2} + \nu_{\max} \quad (2.40)$$

erfüllt ist.

Zeitbegrenzung

Der durch eine Bandbegrenzung mit (2.39) aus dem Empfangssignal $R(t)$ entstehende Prozeß $R_{TP}(t)$ läßt sich mittels des Abtasttheorems für stocha-

stische Prozesse [73] auf einen zeitdiskreten Prozeß R_k , $k \in \mathbf{Z}$, abbilden

$$R_{TP}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_k \varphi_k(t) \quad (2.41)$$

mit

$$\varphi_k(t) = \frac{\sin(\pi B_{TP}(t - kT_S))}{\pi B_{TP}(t - kT_S)}, \quad T_S = 1/B_{TP}. \quad (2.42)$$

Ein digitales System wertet das Empfangssignal für ein begrenztes Intervall $0 \leq t < KT_S$ aus. Da ein zeitbegrenzttes Signal nicht gleichzeitig bandbegrenzt sein kann, stellen die Funktionen $\varphi_k(t)$, $k \in \mathbf{Z}$, keine vollständige Basis im Sinne von [73, S.73] dar. Dies läßt sich mit $E\{|R_k|^2\} = \sigma_R^2$ und $E\{R_k R_l^*\} = 0$, $k \neq l$, in einfacher Weise mit

$$\begin{aligned} E\{F(t)\} &= E\left\{\left|R(t) - \sum_{k=0}^{K-1} R(kT_S)\varphi_k(t)\right|^2\right\} \\ &= \sigma_R^2 \left(\sum_{k=-\infty}^{-1} \left(\frac{\sin \pi B_{TP}(t - kT_S)}{\pi B_{TP}(t - kT_S)}\right)^2 + \right. \\ &\quad \left. \sum_{k=K}^{\infty} \left(\frac{\sin \pi B_{TP}(t - kT_S)}{\pi B_{TP}(t - kT_S)}\right)^2 \right) \end{aligned} \quad (2.43)$$

zeigen. Da alle Summanden von (2.43) größer gleich Null sind und die erste Summe der rechten Seite nicht von K abhängt, gilt stets $E\{F(t)\} \neq 0$, so daß die Bedingung der Vollständigkeit nicht erfüllt ist. Die daraus resultierende Unschärfe des zeitdiskreten Signals läßt sich durch eine Verkleinerung des Abtastintervalls T_S bei konstanter Bandbreite B_{TP} eingrenzen.

Bandbegrenzung

Da die Diskretisierung des Empfangssignals durch Abtasten stets eine Bandbegrenzung des Empfangssignals erfordert, stellt sich die Frage nach dem Energieverlust von ideal zeitbegrenzten Impulsen, die einer idealen Bandbegrenzung unterworfen werden. Das Verhältnis der unterdrückten Energie zur

Gesamtenergie des Impulses ergibt sich zu

$$\begin{aligned}
 \epsilon_r &= \frac{\int_{-\infty}^{-B_{TP}/2} \left(\frac{\sin(\pi T_C f)}{\pi f} \right)^2 df + \int_{B_{TP}/2}^{\infty} \left(\frac{\sin(\pi T_C f)}{\pi f} \right)^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin(\pi T_C f)}{\pi f} \right)^2 df} \\
 &= 2T_C \int_{B_{TP}/2}^{\infty} \left(\frac{\sin(\pi T_C f)}{\pi T_C f} \right)^2 df \\
 &= 2 \int_{B_{TP} T_C / 2}^{\infty} \left(\frac{\sin(\pi f)}{\pi f} \right)^2 df. \tag{2.44}
 \end{aligned}$$

Abb. 2.8 zeigt (2.44). Selbst bei einer Bandbegrenzung, die dem Vierfachen der Chiprate entspricht, unterdrückt das Empfangsfilter noch ungefähr 5 Prozent der Energie.

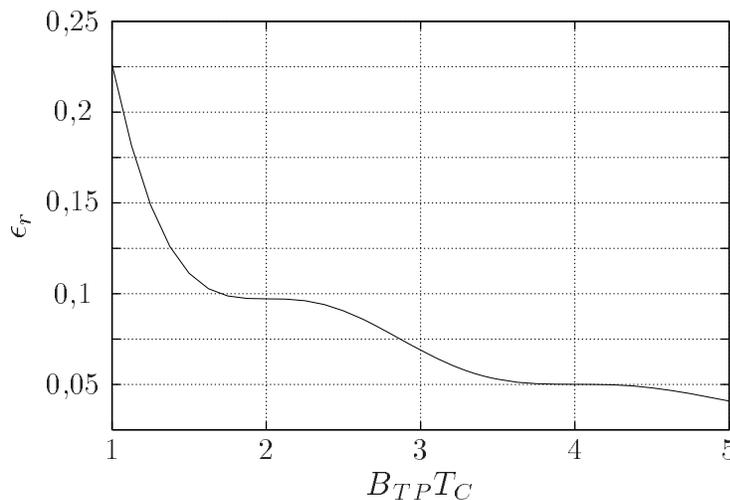


Abb. 2.8 Relativer Anteil der unterdrückten Energie

2.3.2 Prozeßgewinn

Der Prozeßgewinn ist eine der elementaren Kenngrößen eines DSSS-Systems. In Verbindung mit der Anfangssynchronisation ist der Prozeßgewinn vor allem in Zusammenhang mit der Analyse von Akquisitionsverfahren von Bedeutung. Ausgangspunkt der Überlegungen ist zunächst das in Abb. 2.9 ge-

zeigte Signalflußdiagramm. Auf die Bandbegrenzung des Empfangssignals folgt eine auf die Impulsformung angepaßte Filterung mit der Impulsantwort $g^*(-t)$.

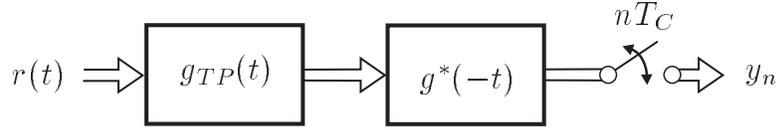


Abb. 2.9 Signalflußdiagramm

Im Gegensatz zu den Ausführungen in 2.3.1 erfolgt die Abtastung des Signals erst hinter dem zweiten Filter und nur mit dem Abtastintervall T_C . Außerdem wird von idealer Synchronisation zwischen Sender und Empfänger ausgegangen und B_{TP} so groß gewählt, daß der Einfluß von $g_{TP}(t)$ auf eine zeitbegrenzte Impulsform zu vernachlässigen ist (vgl. Abb. 2.8). Unter diesen Voraussetzungen gilt für ein nicht mit Daten moduliertes Sendesignal

$$\begin{aligned}
 y_n &= g_{TP}(t) * g^*(-t) * r(t)|_{t=nT_C} \\
 &\approx \underbrace{g^*(-t) * x(t)|_{t=nT_C}}_{\text{Signalkomponente}} + \underbrace{g^*(-t) * z(t)|_{t=nT_C}}_{\text{Störkomponente}}.
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

Für die Autokorrelationsfunktion des Störprozesses $z_g(t) = g^*(-t) * z(t)$ folgt mit $g^*(-t) = g(t)$ und (2.37)

$$\begin{aligned}
 \varphi_{Z_g Z_g}(\xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ZZ}(f) |G(f)|^2 e^{j2\pi f \xi} df \\
 &= N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 e^{j2\pi f \xi} df.
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Für ideal bandbegrenzte Impulsformung resultiert (2.46) zu

$$\varphi_{Z_g Z_g}(\xi) = N_0 \frac{\sin(\pi B \xi)}{\pi B \xi}, \quad B = 1/T_C. \tag{2.47}$$

Abb. 2.10 zeigt die Autokorrelationsfunktion nach (2.46) für zeit- und bandbegrenzte Impulsformung. In beiden Fällen gilt für die Varianz des Rauschprozesses nach der Filterung

$$\text{Var}\{g(t) * Z(t)\}|_{t=nT_C} = N_0.$$

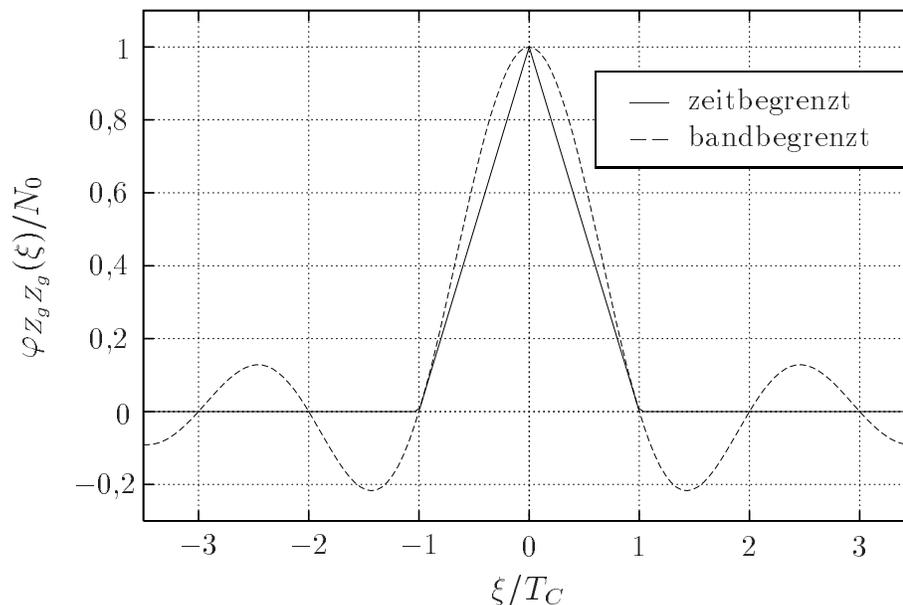


Abb. 2.10 $\varphi_{Z_g Z_g}(\xi)$ für zeit- und bandbegrenzte Impulsformung

Für die Signalkomponente aus (2.45) $x(t) * g^*(-t)$ folgt mit den Modellen aus 2.1

$$g^*(-t) * x(t)|_{t=nT_C} = b_n, \quad n \in \mathbf{Z}, \quad (2.48)$$

so daß sich nach der Filterung mit $g^*(-t) = g(t)$ und $|b_n|^2 = 1$ das Signal-zu-Rauschverhältnis

$$\text{SNR}_C = \frac{1}{N_0} \quad (2.49)$$

ergibt.

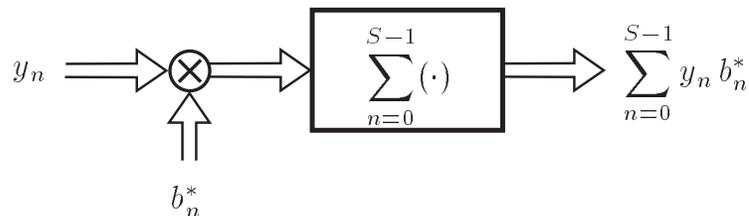


Abb. 2.11 Signalflußdiagramm

Wird Abb. 2.9 um die in Abb. 2.11 gezeigte Multiplikation des zeitdis-

kreten Signals y_n mit einer konjugiert komplexen Kopie des Spreizcodes und einer anschließenden Summation über S Werte erweitert, folgt mit (2.48) für die Energie der Signalkomponente nach der Summation

$$\left| \sum_{n=0}^{S-1} (g(t) * x(t)|_{t=nT_C}) \cdot b_n^* \right|^2 = \left| \sum_{n=0}^{S-1} |b_n|^2 \right|^2 = S^2. \quad (2.50)$$

Für die Varianz der Störkomponente nach der Summation gilt

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left\{ \left| \sum_{n=0}^{S-1} Z_g(nT_C) \cdot b_n^* \right|^2 \right\} &= \quad (2.51) \\ \sum_{n=0}^{S-1} \mathbb{E} \left\{ |Z_g(nT_C)|^2 \right\} |b_n|^2 + 2 \sum_{n=0}^{S-2} \sum_{m=n+1}^{S-1} \mathbb{E} \{ Z_g(nT_C) Z_g^*(mT_C) \} b_n^* b_m \\ &= S \varphi_{Z_g Z_g}(0) + 2 \sum_{n=0}^{S-2} \sum_{m=n+1}^{S-1} \varphi_{Z_g Z_g}((n-m)T_C) \cdot b_n^* b_m. \end{aligned}$$

Die Doppelsumme in (2.51) wird mit der Autokorrelationsfunktion aus Abb. 2.10 gleich Null, so daß für das Signal-zu-Rauschverhältnis nach der Summation folgt

$$\text{SNR} = \frac{S^2}{S \cdot N_0} = \frac{S}{N_0}. \quad (2.52)$$

(2.52) ist um den Faktor S , den Prozeßgewinn, größer als SNR_C aus (2.49). Für $ST_C = T_B$ und BPSK-Modulation entspricht (2.52) dem in der Literatur verwendeten Verhältnis E_b/N_0 . Streng genommen ist E_b/N_0 für BPSK nicht als Signal-zu-Rauschverhältnis zu bezeichnen, da dieses durch $E_b/(N_0/2)$ gegeben ist [53, S.176].⁴

Für die weiteren Betrachtungen sei wieder von einem komplett digitalen Empfänger ausgegangen, das heißt, die Abtastung des Signals erfolgt direkt hinter dem Filter $g_{TP}(t)$ mit dem Abtastintervall T_S , nicht, wie in Abb. 2.9 gezeigt, erst nach einem an die Impulsform angepaßten Filter.

⁴ N_0 hat die Dimension einer Energie $[N_0] = W/Hz = Ws$

2.3.3 Vektorsignalverarbeitung

Eine Vektordarstellung zeitdiskreter Signale erlaubt eine sehr viel einfachere Synthese und Analyse von Akquisitionsverfahren als die zunächst eingeführte zeitkontinuierliche Modellierung. Mit den Abtastwerten des Empfangssignalsprozesses $R_k = R_{TP}(kT_S)$ innerhalb des Beobachtungsintervalls $[0, KT_S)$ ergibt sich der Empfangsvektor

$$\underline{\mathbf{R}} = (R_0, \dots, R_{K-1})^T. \quad (2.53)$$

Wichtig ist, daß die Ganggenauigkeit von Sender- und Empfängeroszillator abzüglich des durch die Dopplerstauchung oder Dopplerstreckung verursachten Fehlers für das Beobachtungsintervall

$$KT_S = ST_C \quad (2.54)$$

einen absoluten Zeitfehler kleiner als T_C gewährleistet. Diese Bedingung schließt den Fall des codeslip aus. Sie ist erfüllt, solange $S < 1/\nu_r$ gilt [98], wobei ν_r der relative Fehler des Gangunterschiedes der Oszillatoren der Basisbandverarbeitung in Sender und Empfänger einschließlich der Dopplerstauchung beziehungsweise der Dopplerstreckung ist. Für $\nu_r = 10^{-4}$ folgt $S < 10000$, was für die Betrachtung der Akquisition vollkommen ausreicht. Es sei darauf hingewiesen, daß S äquivalent zu dem Parameter S des zeitbegrenzten Signalmodells aus 2.1 ist.

Auch die anderen in diesem Kapitel eingeführten zeitkontinuierlichen Größen lassen sich in zeitdiskreter Form vektoriell zusammenfassen. Für das Kanalrauschen nach der Tiefpaßfilterung folgt

$$\underline{\mathbf{Z}} = (Z_0, \dots, Z_{K-1})^T, \quad (2.55)$$

wobei für die Realisierungen z_k , $k = 0, \dots, K - 1$, gilt

$$z_k = g_{TP}(kT_S) * z(kT_S). \quad (2.56)$$

Die Zufallsvariablen Z_k , $k = 0, \dots, K - 1$, sind mit (2.37), (2.39) und (2.46) mittelwertfrei und Gaußverteilt mit der Varianz

$$\text{Var}\{Z_k\} = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ZZ}(f) |G_{TP}(f)|^2 e^{j2\pi f\xi} df \Big|_{\xi=0}$$

$$\begin{aligned}
 &= N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |G_{TP}(f)|^2 e^{j2\pi f\xi} df \Big|_{\xi=0} \\
 &= N_0,
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

die sich gleichmäßig auf Real- und Imaginärteil gemäß

$$\text{Var}\{\text{Re}\{Z_k\}\} = \text{Var}\{\text{Im}\{Z_k\}\} = \frac{N_0}{2} \tag{2.58}$$

verteilt.

Die Signalkomponente des Prozesses $R_{TP}(t)$ sei mit $\tilde{\mathbf{X}}(\underline{\mathbf{D}}, \underline{\Theta})$ bezeichnet, wobei $\underline{\mathbf{D}}$ durch (2.7) gegeben ist. Der Vektor $\underline{\Theta}$ faßt die Einflüsse des Kanals für $t = 0$ gemäß

$$\underline{\Theta} = (T, V, H(0, 0), \dots, H((L-1)T_S, 0))^T \tag{2.59}$$

zusammen. Sämtliche Mehrwegeeinflüsse sind in $\underline{\Theta}$ als nicht zeitvariante Größen angenommen, so daß die Beobachtungsdauer KT_S nur so groß sein darf, wie diese Annahme zumindest näherungsweise erfüllt ist (siehe (2.35)). Eine Realisierung des Empfangsprozesses folgt mit diesen Definitionen zu

$$\underline{\mathbf{r}} = \tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\theta}) + \underline{\mathbf{z}}. \tag{2.60}$$

Die Vektoren $\underline{\mathbf{d}}$, $\underline{\theta}$ und $\underline{\mathbf{z}}$ sind jeweils Realisierungen von $\underline{\mathbf{D}}$, $\underline{\Theta}$ und $\underline{\mathbf{Z}}$.

Die Signalkomponente $\tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\theta})$ einer Realisierung des Empfangsprozesses läßt sich mit dem Signalvektor

$$\underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) = (x_0(\underline{\mathbf{d}}, \tau), \dots, x_{K-1}(\underline{\mathbf{d}}, \tau))^T, \tag{2.61}$$

mit $x_k(\underline{\mathbf{d}}, \tau) = x(\underline{\mathbf{d}}, kT_S - \tau)$, der Signalvektormatrix

$$\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) = (\underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau), \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau + T_S), \dots, \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau + (L-1)T_S)), \tag{2.62}$$

dem Kanalvektor

$$\underline{\mathbf{h}} = (h_0, \dots, h_{L-1})^T, \quad h_l = h(lT_S, t = 0), \quad l = 0, \dots, L-1, \tag{2.63}$$

und einer Matrix $\mathbf{E}(\nu)$, die den Einfluß der Frequenzverschiebung beschreibt,

$$\mathbf{E}(\nu) = \begin{pmatrix} 1 & & \underline{0} \\ e^{j2\pi\nu T_s} & & \\ & \ddots & \\ \underline{0} & & e^{j2\pi\nu(K-1)T_s} \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

durch

$$\tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) = \mathbf{E}(\nu) \mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \underline{\mathbf{h}} \quad (2.65)$$

darstellen. Eine zu (2.65) weitestgehend ähnliche Signaldarstellung wird in [64, S.637] verwendet.

Abschließend wird anhand der Definitionen dieses Kapitels die später benötigte bedingte Dichte $f_{\underline{\mathbf{R}}|\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}}(\underline{\mathbf{r}}|\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$ in Abhängigkeit der Vektoren $\underline{\mathbf{r}}$ und $\tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$ angegeben. Mit

$$f_{\underline{\mathbf{R}}|\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}}(\underline{\mathbf{r}}|\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) = f_{\underline{\mathbf{R}}|\tilde{\mathbf{X}}(\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})}(\underline{\mathbf{r}}|\tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})) \quad (2.66)$$

ergibt sich $f_{\underline{\mathbf{R}}|\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}}(\underline{\mathbf{r}}|\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$, indem $f_{\underline{\mathbf{Z}}}(\underline{\mathbf{z}})$ einer linearen Transformation [67] unter der Bedingung $\tilde{\mathbf{X}}(\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$ gemäß

$$\underline{\mathbf{Z}} = \underline{\mathbf{R}} - \tilde{\mathbf{X}}(\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) \quad (2.67)$$

unterzogen wird. Mit (2.66) und (2.67) folgt

$$\begin{aligned} f_{\underline{\mathbf{R}}|\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}}(\underline{\mathbf{r}}|\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) &= f_{\underline{\mathbf{R}}|\tilde{\mathbf{X}}(\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})}(\underline{\mathbf{r}}|\tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})) \\ &= f_{\underline{\mathbf{Z}}}(\underline{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})). \end{aligned} \quad (2.68)$$

Mit (2.37) und (2.39) sind die Zufallsvariablen Z_k , $k = 0, \dots, K-1$, unabhängig, so daß

$$\begin{aligned} f_{\underline{\mathbf{R}}|\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}}(\underline{\mathbf{r}}|\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) &= f_{\underline{\mathbf{Z}}}(\underline{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})) \\ &= \frac{1}{(\pi N_0)^K} e^{-\|\underline{\mathbf{r}} - \tilde{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})\|^2 / N_0} \end{aligned} \quad (2.69)$$

gilt. Da die Bandbreite des Filters aus (2.39) den Abtasttakt $T_S = 1/B_{TP}$ vorgibt, ist (2.69) unabhängig von T_S stets gültig. Das bedeutet, daß sich das Verhältnis T_C/T_S beliebig einstellen läßt, ohne eine Veränderung der auf $f_{\mathbf{R}|\mathbf{D},\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{r}|\mathbf{d},\boldsymbol{\theta})$ aufbauenden Algorithmen zu bewirken.

2.4 Zusammenfassung

Es werden die Signalmodelle des zeitlich unbegrenzten und des zeitlich begrenzten Sendesignals, in beiden Fällen mit oder ohne Datenmodulation und ideal zeit- oder bandbegrenzter Impulsformung, eingeführt.

Die Kanalmodellierung berücksichtigt die für die Akquisition von DSSS-Signalen wesentlichen Größen der Zeit- und Frequenzverschiebung sowie nicht-frequenzselektive und frequenzselektive Mehrwegeausbreitung. Aus der Zeitvarianz der auflösbaren Mehrwege läßt sich folgern, daß eine Mehrwegeausbreitung für die Dauer der Akquisition als näherungsweise zeitinvariant anzusetzen ist. Die Ursachen und Größenordnungen der unterschiedlichen Kanaleinflüsse werden untersucht. Es folgt, daß vor allem die Frequenzverschiebung sehr stark von dem zu betrachtenden System abhängt. Während in einem terrestrischen System die Frequenzverschiebung im wesentlichen durch Oszillatorungenauigkeiten bestimmt ist, können in Systemen mit tief-fliegenden Satelliten erhebliche Dopplerverschiebungen hinzutreten.

Des weiteren wird die in einem digitalen System vor dem Abtasten notwendige Tiefpaßfilterung in ihrer Auswirkung auf das Empfangssignal untersucht und ein für die weiteren Betrachtungen geeignetes Vektorsignalmodell angegeben.

3 Feinsynchronisation von Zeit- und Frequenzverschiebung

Die Definition eines Anforderungsprofils an die Akquisition erfordert die Kenntnis der Funktionsweise und des Regelverhaltens der nachfolgenden Feinsynchronisation, des Trackings. Die Aufgabe der Feinsynchronisation von Zeit- und Frequenzverschiebung besteht darin, die Anfangsschätzungen der Akquisition zu verbessern, die Abweichungen von Sender- und Empfängeroszillatoren auszuregulieren und zeitliche Veränderungen der Übertragungsstrecke zu berücksichtigen. In einem digitalen Empfänger lassen sich die notwendigen Regelkreise komplett digital, das heißt ohne Rückkopplung zum Analogteil des Empfängers, implementieren.

Der wesentliche Unterschied zur Akquisition besteht darin, daß die zu synchronisierenden Parameter nicht mehr beliebige Werte annehmen dürfen, sondern sich in engen Intervallen bewegen müssen. Werden die Intervallgrenzen überschritten, muß der Empfänger dies erkennen und zur Reakquisition umschalten.

In diesem Kapitel wird zunächst das generelle Prinzip der Feinsynchronisation von Zeit- und Frequenzverschiebung in digitalen DSSS-Systemen erläutert und am Beispiel des nicht-kohärenten Trackings für die Zeitverschiebung genauer betrachtet. Aus den Ergebnissen lassen sich die Anforderungen, denen die Akquisition genügen muß, ableiten.

3.1 Digitale Feinsynchronisation

Während der Akquisitionsphase wird eine erste Schätzung von Frequenz- und Zeitverschiebung erzeugt. Ziel der Feinsynchronisation ist es, auf der Basis dieser ersten Schätzung entweder durch eine neue Schätzung oder durch Verbessern der ersten Schätzung den Schätzfehler der Akquisition sukzessiv zu verkleinern. Die Feinsynchronisation von Frequenz- oder Zeitverschiebung kann entweder mittels einer Rückkopplung (feedback), die auf einen geschlossenen Regelkreis führt, oder einer Vorwärtsstruktur (feedforward) mit der Konsequenz eines offenen Regelkreises erfolgen [64, S.80]. Abb. 3.1 zeigt die rückgekoppelte Struktur eines Frequenzverschiebungsreglers. Der

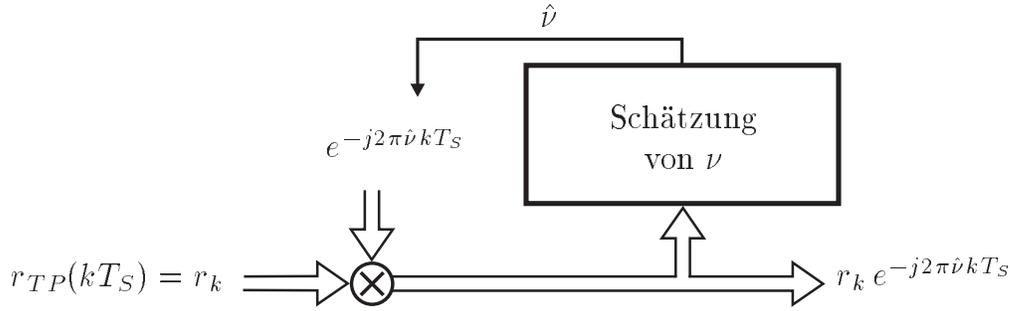


Abb. 3.1 Prinzip der rückgekoppelten Frequenzverschiebungsregelung

klassische Ansatz zur Feinsynchronisation der Zeitverschiebung ist eine ebensolche rückgekoppelte Struktur. Bei dem rückgekoppelten Signal handelt es sich normalerweise um ein das Vorzeichen des Schätzfehlers anzeigendes Fehlersignal.

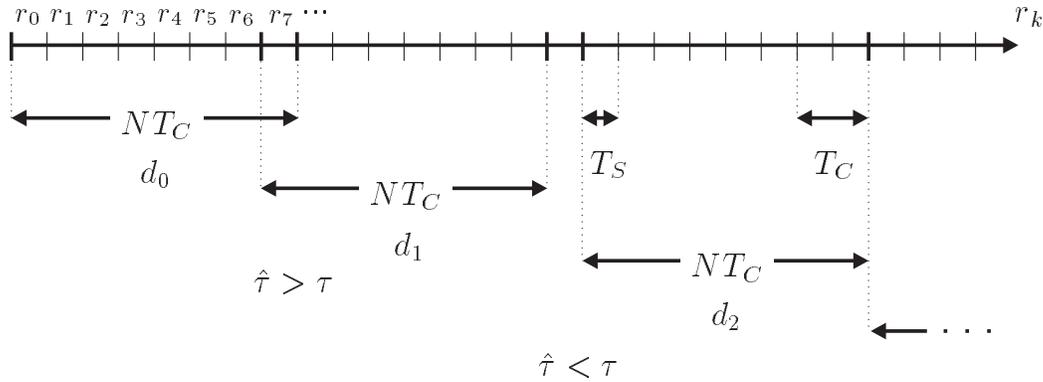


Abb. 3.2 Prinzip der Zeitverschiebungsregelung ($K = 8$, $T_B = 8T_S$)

Das Nachführen der Zeitverschiebung ist in einem digitalen System ohne Rückkopplung zum Analogteil nicht so einfach umzusetzen wie für die Frequenzverschiebung. Abb. 3.2 verdeutlicht das Prinzip für $K = 8$, $T_B = 8T_S$ und beispielsweise $T_C/T_S = 2$, das heißt $N = 4$. Unter der Annahme, daß sich die Zeitverschiebung innerhalb einer Codeperiode nur geringfügig ändert, ist der für die Entsprechung zu verwendende Ausschnitt des Empfangssignals jeweils um $\pm T_S$ bezüglich des vorangegangenen Ausschnitts zu verschieben. Wie in Abb. 3.2 für das Datensymbol d_1 gezeigt, muß bei einer zu großen Zeitverschiebungsschätzung $\hat{\tau}$ ein bereits verarbeiteter Abtastwert nochmals zur Entsprechung herangezogen werden. In Abb. 3.2 ist der Abtastwert r_7 für die Entsprechung der Datensymbole d_0 und d_1 notwendig.

Ist die Zeitverschiebungsschätzung $\hat{\tau}$ kleiner als τ , ist bei der Auswertung zwischen den Datensymbolen ein Abtastwert zu überspringen. Abb. 3.2 zeigt diesen Fall für die Datensymbole d_1 und d_2 . Soll eine größere Zeitverschiebung, zum Beispiel direkt nach der Akquisition, schnell ausgeregelt werden können, ist eine Korrektur der Zeitverschiebungsschätzung um ein Vielfaches von T_S zuzulassen. Voraussetzung für die beschriebene Regelung ist ein hinreichend kleines Abtastintervall T_S . $T_C/T_S = 4$ ist als ausreichend zu betrachten.

Der Ansatz aus Abb. 3.2 zum Tracken der Zeitverschiebung unterscheidet sich im wesentlichen durch die fehlende Rückkopplung zum Analogteil von den in der Literatur untersuchten Regelkreisen [18], [61], [78], [87]. In [15] wird die Rückkopplung zum Analogteil durch einen Interpolator im Digitalteil des Empfängers ersetzt. Die in Abb. 3.2 vorgestellte Methode zum Tracken der Zeitverschiebung entspricht prinzipiell solch einem Interpolator, allerdings mit der Einschränkung, daß diesem Interpolator nur eine Interpolation an den durch den Abtasttakt T_S vorgegebenen Stellen möglich ist.

Die Erzeugung des Fehlersignals für die Korrektur der Zeitverschiebungsschätzung sowie das Verhalten der sich daraus ergebenden Regelung soll nun für den Regelkreis erster Ordnung und den Fall des nicht-kohärenten Trackens genauer betrachtet werden.

3.2 Nicht-kohärentes Tracking

Von den bekannten Trackingverfahren [69] sind die nicht-kohärenten für praktische Anwendungen von der größten Bedeutung, da sie gegenüber Phasenverschiebungen unempfindlich sind, die durch den Übertragungskanal, nicht ideale Phasensynchronisation oder Datenmodulation entstehen. Für den nicht-kohärenten delay-lock loop (DLL) [69, S.164] soll beispielhaft für das Tracken der Zeitverschiebung untersucht werden, wie sich die Größe eines nach der Akquisition verbleibenden Schätzfehlers auswirkt. Eine Aussage hierüber ist von Interesse, um das Ergebnis der Akquisition, die erste Zeit- und Frequenzverschiebungsschätzung, geeignet bewerten zu können.

3.2.1 Fehlersignalerzeugung

Ein DSSS-Signal läßt sich, ideale Frequenzsynchronisation vorausgesetzt, bezüglich der Zeitverschiebung tracken, sobald der Empfänger über eine Laufzeitschätzung $\hat{\tau}$ des Empfangssignals verfügt, die nicht mehr als γ_{\max} von

der tatsächlichen Laufzeit τ abweicht. Es soll also gelten

$$|\gamma| = |\hat{\tau} - \tau| \leq \gamma_{\max}. \quad (3.1)$$

γ_{\max} bezeichnet den maximal zulässigen Schätzfehler und γ den Schätzfehler. Grundlegend für die Berechnung des für die Regelung benötigten Fehlersignals des nicht-kohärenten delay-lock loops ist die Auswertung des Innenproduktes zwischen dem nicht mit Daten modulierten Sendesignal $x(t - \tau)$ (siehe 2.1) und einer um $\hat{\tau}$ verschobenen und gemäß 2.1 zeitlich begrenzten Version $x_S(t - \hat{\tau})$ des Sendesignals. In zeitdiskreter Schreibweise und mit der Definition des Innenproduktes aus Anhang B folgt in vektorieller Schreibweise mit (2.61)¹

$$\begin{aligned} R_b(\gamma) &= T_S \langle \underline{\mathbf{x}}(\tau) | \underline{\mathbf{x}}(\hat{\tau}) \rangle = T_S \langle \underline{\mathbf{x}}(\tau) | \underline{\mathbf{x}}(\tau + \gamma) \rangle \\ &= T_S \langle \underline{\mathbf{x}}(0) | \underline{\mathbf{x}}(\gamma) \rangle \\ &= T_S \sum_{k=0}^{K-1} x(kT_S) x^*(kT_S - \gamma) \\ &= T_S \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_S(kT_S) x^*(-(\gamma - kT_S)) \\ &= x_S(\gamma) * x^*(-\gamma) \\ &= g(\gamma) * g^*(-\gamma) * b_S(\gamma) * b^*(-\gamma). \end{aligned} \quad (3.2)$$

$R_b(\gamma)$ bezeichnet den Wert des Innenproduktes in Abhängigkeit von γ . Zur Gültigkeit der Gleichsetzung der zeitdiskreten mit der zeitkontinuierlichen Faltung für auf $B_{TP} = 1/T_S$ bandbegrenzte Signale wird auf [64, S.239f] oder [91, S.151ff] verwiesen.

(3.2) läßt sich auch als Korrelationsfunktion der Signale $x_S(t - \tau)$ und $x(t - \hat{\tau})$ interpretieren. Ausgehend von der idealen Annahme, bezüglich der Korrelationsfunktion zwischen der Spreizfolge b_n , $n \in \mathbf{Z}$, und der Folge b_n ,

¹Die Bezeichnung $R_b(\gamma)$ ist an die üblicherweise in der Literatur verwendete angelehnt (vgl. z.B. [69])

$n = 0, \dots, S - 1,$

$$b_S(\gamma) * b^*(-\gamma) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} S \cdot \delta(\gamma - iNT_C), \quad (3.3)$$

folgt für die Auswertung von (3.2)

$$\begin{aligned} R_b(\gamma) &= T_S \langle \underline{\mathbf{x}}(0) | \underline{\mathbf{x}}(\gamma) \rangle \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} S \cdot g(\gamma - iNT_C) * g^*(-\gamma + iNT_C). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Mit der Annahme aus (3.3), weist $R_b(\gamma)$ in Abhängigkeit von der Impulsformung den gleichen Verlauf auf, wie die in Abb. 2.10 gezeigten Autokorrelationsfunktionen. Für das Maximum von $R_b(\gamma)$ gilt

$$R_b(0) = \max_{\gamma \in \mathbb{R}} R_b(\gamma) = S. \quad (3.5)$$

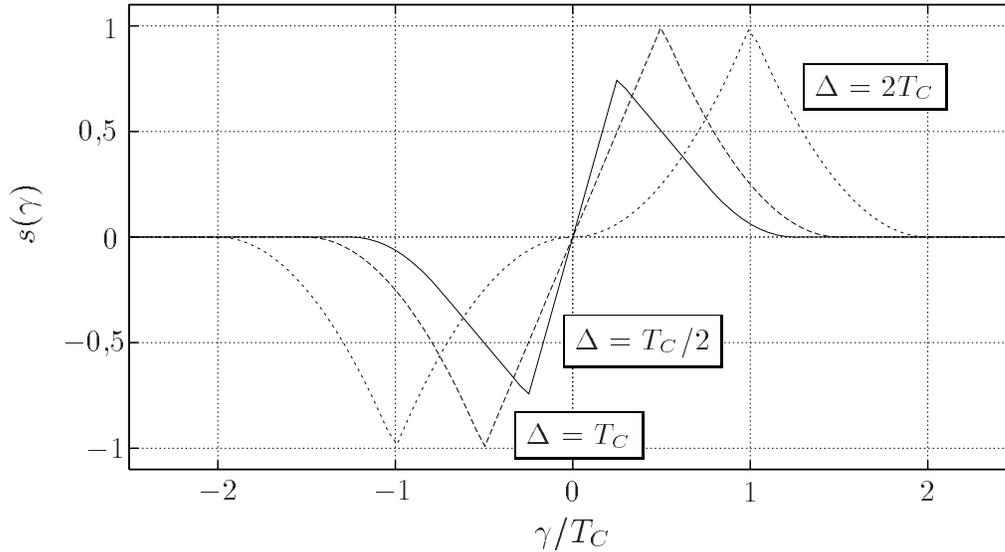


Abb. 3.3 $s(\gamma)$ für ideal zeitbegrenzte Impulsformung

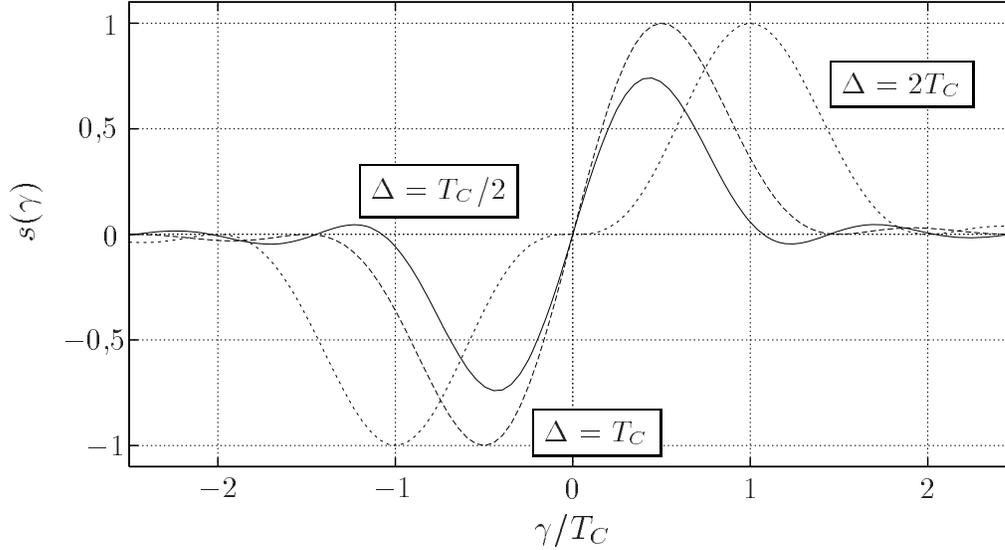


Abb. 3.4 $s(\gamma)$ für ideal bandbegrenzte Impulsformung

Das Fehlersignal $s(\gamma)$ für das Tracken der Zeitverschiebung ist durch die normierte Differenz [69, S.169]

$$s(\gamma) = \frac{|R_b(\gamma - \frac{\Delta}{2})|^2 - |R_b(\gamma + \frac{\Delta}{2})|^2}{S^2} \quad (3.6)$$

gegeben. Abb. 3.3 zeigt $s(\gamma)$ für ideal zeitbegrenzte und Abb. 3.4 für ideal bandbegrenzte Impulsformung parametrisiert über Δ . Ist der Schätzfehler gleich Null, wird kein Fehlersignal erzeugt. Für $\gamma > 0$ zeigt das Fehlersignal eine zu große Laufzeitschätzung an, während für $\gamma < 0$ die geschätzte Laufzeit zu klein ist. Entsprechend sind, wie in Abb. 3.2 dargestellt, für $\gamma > 0$ bereits berücksichtigte Abtastwerte nochmals zu verwenden und für $\gamma < 0$ Werte auszulassen. $s(\gamma)$ läßt sich auch als Approximation der Ableitung

$$\frac{\partial}{\partial \gamma} |R_b(\gamma)|^2$$

interpretieren. Mit [59, S.111ff] stellt (3.6) das einfachste zeitdiskrete System zur Ableitung von $|R_b(\gamma)|^2$ dar.

An dieser Stelle ist eine Bemerkung zum Nachregeln der Frequenzverschiebung angebracht, da sich prinzipiell ein ähnlicher Ansatz wie für die Zeitverschiebung formulieren läßt. Mit der Schreibweise

$$R_b(\vartheta) = T_S \langle \underline{\mathbf{x}}(0) | \mathbf{E}(\vartheta) \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle, \quad (3.7)$$

h_0	$=$	0,707	h_8	$=$	0,5
h_1	$=$	1,0	h_{12}	$=$	0,4
h_3	$=$	0,794	h_{25}	$=$	0,316

Tab. 3.1 Typisch städtische Mehrwegeausbreitung

wobei $\mathbf{E}(\vartheta)$ durch (2.64) gegeben ist, ergibt sich unter der Voraussetzung idealer Zeitsynchronisation ein Fehlersignal mit dem Frequenzschätzfehler ϑ , $\hat{\nu} = \nu + \vartheta$ zu

$$s(\vartheta) = \frac{|R_b(\vartheta - \frac{\Delta\nu}{2})|^2 - |R_b(\vartheta + \frac{\Delta\nu}{2})|^2}{S^2}. \quad (3.8)$$

$\Delta\nu$ entspricht hierbei dem Parameter Δ aus (3.6). Mittels (5.17) ist es möglich zu zeigen, daß das resultierende Fehlersignal aus (3.8) näherungsweise den gleichen Verlauf aufweist wie das aus (3.6) für bandbegrenzte Impulsformung. Möglichkeiten zur Schätzung der Frequenzverschiebung werden in 4.4 diskutiert.

3.2.2 Einfluß von frequenzselektiver Mehrwegeausbreitung

Für eine zeitinvariante Mehrwegeausbreitung beschreibt der Vektor $\underline{\mathbf{h}}$ den Kanaleinfluß (siehe (2.63)). Die Berücksichtigung der zeitinvarianten frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung in (3.2) ergibt mit der Darstellung aus (2.65) und der Voraussetzung idealer Frequenzsynchronisation,

$$\begin{aligned} R_b(\gamma) &= T_S \langle \mathbf{X}(0) \underline{\mathbf{h}} | \underline{\mathbf{x}}(\gamma) \rangle \\ &\approx \sum_{i=-\infty}^{\infty} S \cdot g(\gamma - iNT_C) * h(\gamma - iNT_C, t=0) * g^*(-\gamma + iNT_C). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Die Impulsantwort $h(\eta, t=0)$ hat somit einen entscheidenden Einfluß auf das Fehlersignal $s(\gamma)$ aus (3.6). Der Einfluß einer Zweivegeausbreitung auf einen delay-lock loop ist ausführlich in [77] untersucht. Bereits eine Zweivegeausbreitung beeinflusst nach [77] das Fehlersignal deutlich. Abb. 3.5 veranschaulicht den Einfluß einer frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung für den in Tab. 3.1 angegebenen Kanalvektor $\underline{\mathbf{h}}$. Mit $\text{Var}\{H_i\} = h_i^2$, $i = 0, \dots, 25$,

entsprechen die Werte in Tab. 3.1 den mittleren Leistungen der auflösbaren Mehrwege einer typisch städtischen Ausbreitung bei 900 MHz nach [11]. Bei der in Tab. 3.1 angegebenen Impulsantwort handelt es sich um eine Realisierung dieses stochastischen Kanalmodells. Für das Fehlersignal in Abb. 3.5 gilt $T_C/T_S = 4$ und $T_S = 0,2 \mu s$. Die Chipdauer $T_C = 0,8 \mu s$ entspricht ungefähr dem Chipintervall des IS95-Standards.

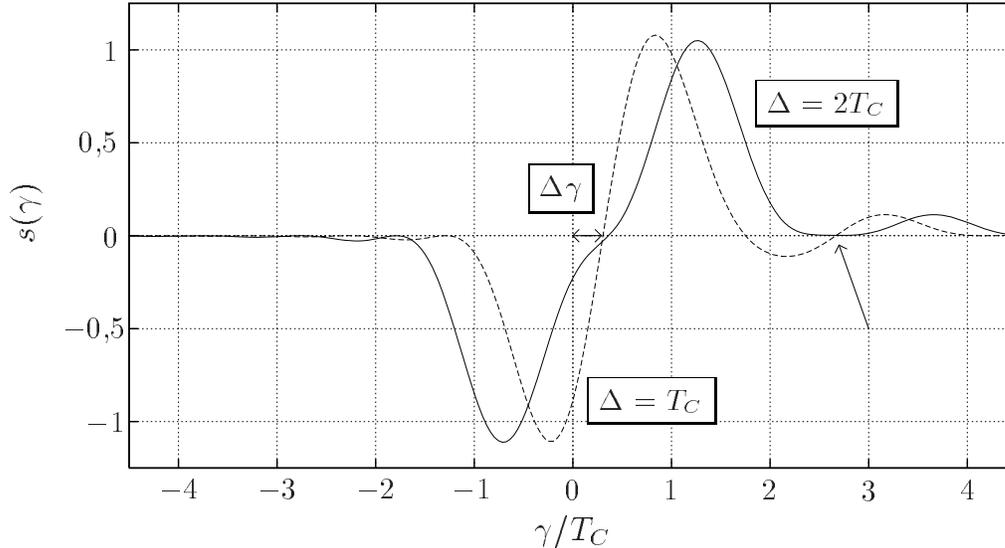


Abb. 3.5 $s(\gamma)$ für typisch städtische Mehrwegeausbreitung

Aufgrund der frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung verschiebt sich der Nulldurchgang des Fehlersignals. Dies hat zur Folge, daß der Schätzfehler γ selbst im störungsfreien Fall stets einen Offset $\Delta\gamma$ aufweist. Der Offset führt zu einer Verschiebung des Regelbereichs, so daß

$$-\gamma_{\max} + \Delta\gamma < \gamma < \gamma_{\max} + \Delta\gamma \quad (3.10)$$

folgt. $\Delta\gamma$ selber hängt von \underline{h} und Δ ab. Des weiteren entsteht für $\Delta = T_C$ ein weiterer durch den Pfeil in Abb. 3.5 gekennzeichnete Regelpunkt. In Tab. 3.2 ist eine Realisierung einer schlechten städtischen Ausbreitung nach [11] angegeben. Abb. 3.6 zeigt die resultierenden Kurven des Fehlersignals. Sehr deutlich ist in diesem Fall die Abhängigkeit des Offsets $\Delta\gamma$ von Δ .

Ansätze für eine Berücksichtigung einer frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung bei der Fehlersignalerzeugung werden in [61], [78] diskutiert. Diese Ansätze basieren darauf, $R_b(\gamma)$ an mehr als nur zwei Stellen wie in (3.6) auszuwerten und die Ergebnisse geeignet zu kombinieren, sollen aber ebenso wie die in [42], [43] auf erweiterten Kalman-Filtern aufbauenden Tracking-

h_0	=	0,707	h_8	=	0,566
h_2	=	1,0	h_{25}	=	0,794
h_5	=	0,707	h_{33}	=	0,632

Tab. 3.2 Schlechter städtischer Ausbreitungskanal nach COST 207

verfahren hier nicht Gegenstand weiterer Betrachtungen sein.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß sowohl die Parametrierung des Trackingverfahrens als auch die konkrete Mehrwegeausbreitung die Größe und vor allem die Lage des Bereichs des Schätzfehlers beeinflussen, der das Tracken des Empfangssignals bei einer Erzeugung des Fehlersignals nach (3.6) ermöglicht.

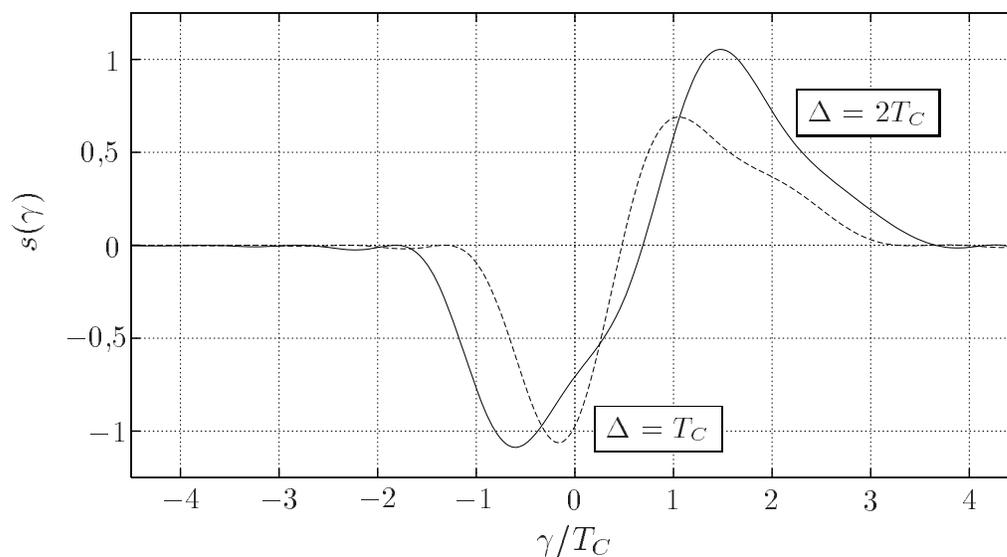


Abb. 3.6 $s(\gamma)$ für schlechte städtische Mehrwegeausbreitung

Da eine Frequenzdispersion in merklichem Ausmaß nur bei Mehrwegeausbreitung und sehr schnell bewegten Empfängern auftritt (siehe 2.2.2), ist ein anhand von (3.8) erzeugtes Fehlersignal der Frequenzverschiebung vergleichsweise unempfindlich gegenüber einer frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung. Die zeitliche Dispersion des Signals bewirkt, daß eine Berechnung des Fehlersignals der Frequenzverschiebung auch für andere Zeitverschiebungen als für $\tau = 0$ sinnvoll ist.

3.2.3 Einfluß des Kanalrauschens

Alle bisherigen Betrachtungen erfolgten für den Fall einer rauschfreien Übertragung mit $z(t) = 0 \forall t \in \mathbf{R}$. Eine additive Störung des Kanals gemäß 2.2.4 erzeugt bei der Berechnung von $R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})$ mit

$$\begin{aligned} T_S \langle \mathbf{r} | \mathbf{x}(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) \rangle &= T_S \langle \mathbf{x}(0) | \mathbf{x}(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) \rangle + T_S \langle \mathbf{z} | \mathbf{x}(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) \rangle \\ &= R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) + T_S \langle \mathbf{z} | \mathbf{x}(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) \rangle \end{aligned} \quad (3.11)$$

eine Störkomponente

$$z_{\pm\Delta} = T_S \langle \mathbf{z} | \mathbf{x}(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) \rangle. \quad (3.12)$$

Analog zu (3.2) läßt sich für diese Störkomponente schreiben

$$\begin{aligned} z_{\pm\Delta} &= z(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) * x_S^*(-(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})) \\ &= z(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}) * g^*(-(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})) * b_S^*(-(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Mit der idealen Annahme

$$b_S^*(-\xi) * b_S(\xi) = S \cdot \delta(\xi) \quad (3.14)$$

und $\varphi_{Z_g Z_g}(\xi)$ aus (2.46) folgt für die Autokorrelationsfunktion der Störkomponente

$$\begin{aligned} \varphi_{Z_{\pm\Delta} Z_{\pm\Delta}}(\xi) &= \varphi_{ZZ}(\xi) * g(-\xi) * g^*(\xi) * S \cdot \delta(\xi) \\ &= N_0 S \cdot g(-\xi) * g^*(\xi) \\ &= S \cdot \varphi_{Z_g Z_g}(\xi). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Für die Varianz $\text{Var}\{Z_{\pm\Delta}\}$ gilt mit (3.15) und Abb. 2.10

$$\text{Var}\{Z_{\pm\Delta}\} = \varphi_{Z_{\pm\Delta} Z_{\pm\Delta}}(0) = S N_0. \quad (3.16)$$

Der Mittelwert $E\{Z_{\pm\Delta}\}$ der Störkomponente ist Null.

Die Berechnung der Betragsquadrate nach (3.6) erfordert die Betrachtung

des Ausdrucks

$$\begin{aligned} & \left| R_b \left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2} \right) + z_{\pm\Delta} \right|^2 = \\ & \left| R_b \left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2} \right) \right|^2 + 2\operatorname{Re} \left\{ R_b \left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2} \right) z_{\pm\Delta}^* \right\} + |z_{\pm\Delta}|^2. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Da $Z_{\pm\Delta}$ Gaußverteilt ist - die Summe über K Gaußverteilte Zufallsvariable $Z_k x_k^*$, $k = 0, \dots, K-1$, ergibt wieder eine Gaußverteilung - folgt mit Anhang C, daß (3.17) die Realisierung einer Zufallsvariablen mit nichtzentraler χ^2 -Verteilung mit zwei Freiheitsgraden ist. Mit der Normierung aus (3.6) auf S^2 und (3.16) folgt für die Zufallsvariable

$$N_{\pm\Delta} = \left| R_b \left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2} \right) + Z_{\pm\Delta} \right|^2 / S^2 \quad (3.18)$$

eine Verteilung mit der Dichte

$$\begin{aligned} f_{N_{\pm\Delta}} \left(n = \left| R_b \left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2} \right) + z_{\pm\Delta} \right|^2 / S^2 \right) = \\ \frac{\exp \left(- \frac{n + \left| R_b \left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2} \right) \right|^2 / S^2}{N_0 / S} \right)}{N_0 / S} \cdot \operatorname{I}_0 \left(\frac{2 \left| R_b \left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2} \right) \right| / S \cdot \sqrt{n}}{N_0 / S} \right), \\ n \geq 0. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Das Fehlersignal nach (3.6) ergibt sich somit unter Berücksichtigung des Kanalrauschens aus der Differenz zweier Zufallsvariablen, deren Dichten durch (3.19) gegeben sind. Das Fehlersignal ist daher selbst eine Zufallsvariable $S(\gamma)$. Aus (3.15) und daraus, daß es sich bei $Z_{\pm\Delta}$ um eine Gaußverteilte Zufallsvariable handelt, folgt die stochastische Unabhängigkeit von $N_{+\Delta}$ und $N_{-\Delta}$, sofern Δ ein Vielfaches von T_C ist. Die Dichte des Fehlersignals $S(\gamma)$ berechnet sich, wenn die Unabhängigkeit der Zufallsvariablen $N_{+\Delta}$ und $N_{-\Delta}$ gegeben ist, aus

$$f_{S(\gamma)}(s(\gamma)) = \int_{s(\gamma)}^{\infty} f_{N_{+\Delta}}(x - s(\gamma)) f_{N_{-\Delta}}(x) dx. \quad (3.20)$$

(3.20) läßt sich mit der Ausnahme $\gamma = 0$ nur numerisch lösen. Die analytische Berechnung von Varianz und Mittelwert des Fehlersignals $S(\gamma)$ ist dagegen

möglich. Hierzu wird zunächst der Störterm aus (3.17)

$$z'_{\pm\Delta} = 2\operatorname{Re}\left\{R_b\left(\gamma \pm \frac{\Delta}{2}\right)z_{\pm\Delta}^*\right\} + |z_{\pm\Delta}|^2 \quad (3.21)$$

betrachtet.

Mittelwert und Varianz von $Z'_{\pm\Delta}$

Da $Z_{\pm\Delta}$ eine mittelwertfreie, komplexwertige Gaußsche Zufallsvariable ist, gilt für die Dichte der Zufallsvariablen $|Z_{\pm\Delta}|^2$ mit Anhang C

$$f_X\left(x = |Z_{\pm\Delta}|^2\right) = \frac{\exp(-x/(SN_0))}{SN_0}, \quad x \geq 0, \quad (3.22)$$

so daß für den Mittelwert $E\{Z'_{\pm\Delta}\}$ des durch (3.21) beschriebenen Störterms mit

$$E\{2\operatorname{Re}\{R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})Z_{\pm\Delta}^*\}\} = 0 \quad (3.23)$$

und (3.22)

$$E\{Z'_{\pm\Delta}\} = E\{|Z_{\pm\Delta}|^2\} = \int_0^\infty x f_X(x) dx = SN_0 \quad (3.24)$$

folgt.

Zur Berechnung der Varianz $\operatorname{Var}\{Z'_{\pm\Delta}\}$ des Störterms aus (3.21) wird zunächst $E\{(Z'_{\pm\Delta})^2\}$ bestimmt. Mit

$$E\{Z_{\pm\Delta}^* |Z_{\pm\Delta}|^2\} = E\{Z_{\pm\Delta} |Z_{\pm\Delta}|^2\} = 0, \quad E\{Z_{\pm\Delta}^{*2}\} = 0 \quad (3.25)$$

und der Beziehung

$$(2\operatorname{Re}\{a \cdot b^*\})^2 = (a \cdot b^* + a^* \cdot b)^2 = 2\operatorname{Re}\{a^2 \cdot b^{*2}\} + 2|a|^2|b|^2 \quad (3.26)$$

gilt

$$E\{(Z'_{\pm\Delta})^2\} = E\{(2\operatorname{Re}\{R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})Z_{\pm\Delta}^*\})^2\} + E\{|Z_{\pm\Delta}|^4\}$$

$$\begin{aligned}
&= 2\mathbb{E}\{\operatorname{Re}\{R_b^2(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})Z_{\pm\Delta}^{*2}\}\} \\
&\quad + 2\mathbb{E}\{|R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})|^2|Z_{\pm\Delta}|^2\} + \mathbb{E}\{|Z_{\pm\Delta}|^4\} \\
&= 2|R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})|^2\mathbb{E}\{|Z_{\pm\Delta}|^2\} + \mathbb{E}\{|Z_{\pm\Delta}|^4\}. \quad (3.27)
\end{aligned}$$

Für den Term $\mathbb{E}\{|Z_{\pm\Delta}|^4\}$ läßt sich mit (3.22) schreiben

$$\mathbb{E}\{|Z_{\pm\Delta}|^4\} = \mathbb{E}\left\{\left(|Z_{\pm\Delta}|^2\right)^2\right\} = \int_0^\infty x^2 f_X(x) dx = 2(SN_0)^2, \quad (3.28)$$

so daß die Varianz $\operatorname{Var}\{Z'_{\pm\Delta}\}$ des zu untersuchenden Störterms mit (3.27) und (3.24) zu

$$\begin{aligned}
\operatorname{Var}\{Z'_{\pm\Delta}\} &= \mathbb{E}\{(Z'_{\pm\Delta})^2\} - \mathbb{E}\{Z'_{\pm\Delta}\}^2 \\
&= 2|R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})|^2 SN_0 + 2(SN_0)^2 - (SN_0)^2 \\
&= 2|R_b(\gamma \pm \frac{\Delta}{2})|^2 SN_0 + (SN_0)^2 \quad (3.29)
\end{aligned}$$

folgt.

Mittelwert und Varianz des Fehlersignals $S(\gamma)$

Für die gesamte bei der Berechnung des Fehlersignals nach (3.6) auftretende Störung gilt mit (3.21)

$$\begin{aligned}
\frac{1}{S^2}(z'_{-\Delta} - z'_{+\Delta}) &= \frac{1}{S^2} \cdot \left(2\operatorname{Re}\{R_b(\gamma - \frac{\Delta}{2})z_{-\Delta}^*\} + |z_{-\Delta}|^2 - \right. \\
&\quad \left. 2\operatorname{Re}\{R_b(\gamma + \frac{\Delta}{2})z_{+\Delta}^*\} - |z_{+\Delta}|^2 \right). \quad (3.30)
\end{aligned}$$

Für den Mittelwert dieser gesamten Störung folgt mit (3.23) und (3.24)

$$\frac{1}{S^2}(\mathbb{E}\{Z'_{-\Delta}\} - \mathbb{E}\{Z'_{+\Delta}\}) = 0. \quad (3.31)$$

Da der Mittelwert der aufsummierten Störterme mit (3.31) Null ergibt, ist der Mittelwert des gestörten Fehlersignals $E\{S(\gamma)\}$ durch das ungestörte Fehlersignal aus (3.6) gegeben, so daß

$$E\{S(\gamma)\} = \frac{|R_b(\gamma - \frac{\Delta}{2})|^2 - |R_b(\gamma + \frac{\Delta}{2})|^2}{S^2} \quad (3.32)$$

folgt.

Wird Δ gleich einem Vielfachen von T_C gewählt, läßt sich mittels (3.15) die Unkorreliertheit von $Z'_{-\Delta}$ und $Z'_{+\Delta}$ zeigen, so daß

$$E\{Z'_{+\Delta} Z'_{-\Delta}\} = E\{Z'_{+\Delta}\} E\{Z'_{-\Delta}\} \quad (3.33)$$

gilt. Da der Kreuzkorrelationskoeffizient in diesem Fall gleich Null ist [67, S.155], ergibt sich die Varianz des Fehlersignals $\text{Var}\{S(\gamma)\}$ mit (3.29) und (3.30) durch die Summe der Varianzen von $Z'_{-\Delta}$ und $Z'_{+\Delta}$ unter Berücksichtigung der Normierung des Fehlersignals auf S^2 zu

$$\begin{aligned} \text{Var}\{S(\gamma)\} &= \frac{\text{Var}\{R_b(\gamma - \frac{\Delta}{2}) + Z_{-\Delta}\} + \text{Var}\{R_b(\gamma + \frac{\Delta}{2}) + Z_{+\Delta}\}}{S^4} \\ &= \frac{1}{S^4} (\text{Var}\{Z'_{-\Delta}\} + \text{Var}\{Z'_{+\Delta}\}) \\ &= \frac{2 \left(|R_b(\gamma - \frac{\Delta}{2})|^2 + |R_b(\gamma + \frac{\Delta}{2})|^2 \right) SN_0 + 2(SN_0)^2}{S^4}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Mit der Definition des Signal-zu-Rauschverhältnisses aus (2.52)

$$\text{SNR} = \frac{S}{N_0} \quad (3.35)$$

folgt durch Einsetzen in (3.34)

$$\text{Var}\{S(\gamma)\} = 2 \frac{|R_b(\gamma - \frac{\Delta}{2})|^2 + |R_b(\gamma + \frac{\Delta}{2})|^2}{S^2} \frac{1}{\text{SNR}} + 2 \frac{1}{\text{SNR}^2}. \quad (3.36)$$

Abb. 3.7 zeigt die simulative Überprüfung von (3.36) für Werte von γ im Abstand von $T_S = 0,25T_C$ für bandbegrenzte Impulsformung, einer Maxi-

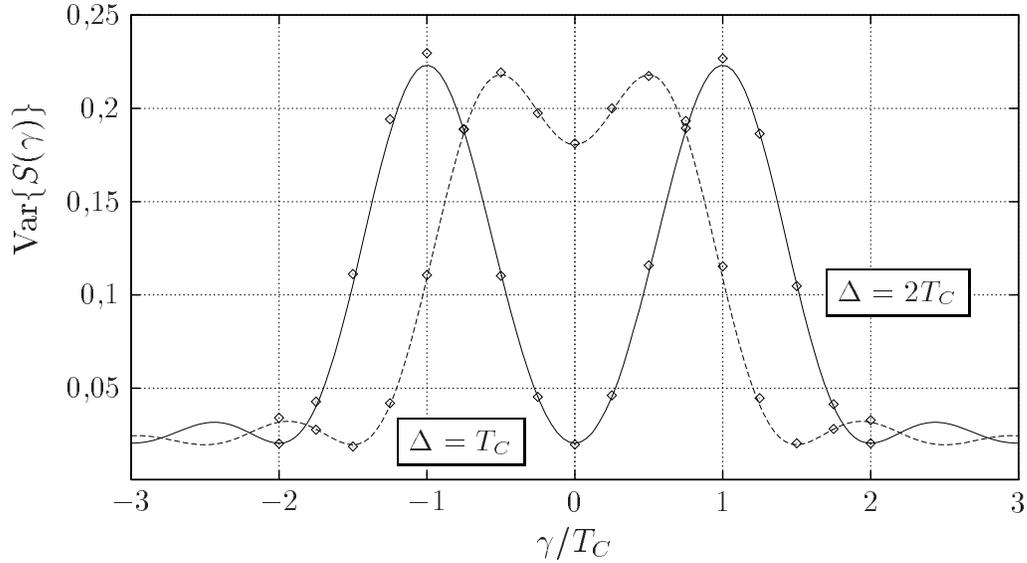


Abb. 3.7 Verlauf von $\text{Var}\{S(\gamma)\}$

malfolge der Länge 127 als Spreizcode und den AWGN-Kanal. Das SNR der Simulation in dB beträgt für $\Delta = T_C$ 10,035 dB und für $\Delta = 2T_C$ 9,9435 dB. Für $\Delta = T_C$ ergibt sich selbst für kleine Schätzfehler eine große Eigenstörung. Diese wird durch ein größeres Δ deutlich herabgesetzt. Die Eigenstörung ist im Bereich von $\gamma = \pm\Delta$ stets am größten. In [15] wird $\text{Var}\{S(\gamma)\}$ für den speziellen Fall der raised-cosine Impulsformung anhand des Leistungsdichtespektrums der Störung an der Stelle Null bestimmt. (3.36) schließt diesen Fall ein.

Gaußsche Näherung der Dichte des Fehlersignals $S(\gamma)$

Mit dem Mittelwert $E\{S(\gamma)\}$ aus (3.32) und der Varianz $\text{Var}\{S(\gamma)\}$ aus (3.36) läßt sich die Dichte $f_{S(\gamma)}(s(\gamma))$ aus (3.20) durch eine Gaußdichte annähern. Abb. 3.8 zeigt die Dichtefunktion nach (3.20) im Vergleich zu einer Gaußschen Näherung und simulativ ermittelten relativen Häufigkeiten. Für den in Abb. 3.8 gezeigten Fall $\gamma = 0$, folgt aus (3.20) mit $E\{S(\gamma = 0)\} = 0$ eine Laplacedichte

$$f_{S(\gamma)}(s(\gamma))\Big|_{\gamma=0} = 0,5 \cdot \frac{S}{N_0} \exp\left(-\frac{S}{N_0} |s(\gamma)|\right)\Big|_{\gamma=0}. \quad (3.37)$$

In Veröffentlichungen wie [15], [87] und [103] wird stets von einer Gaußschen Näherung für die Verteilung der Zufallsvariablen $S(\gamma)$ ausgegangen. Je größer $E\{S(\gamma)\}$ ist, desto besser trifft diese Näherung zu, aber selbst wenn

$E\{S(\gamma)\} = 0$ gilt, läßt sich die Gaußsche Näherung verwenden.

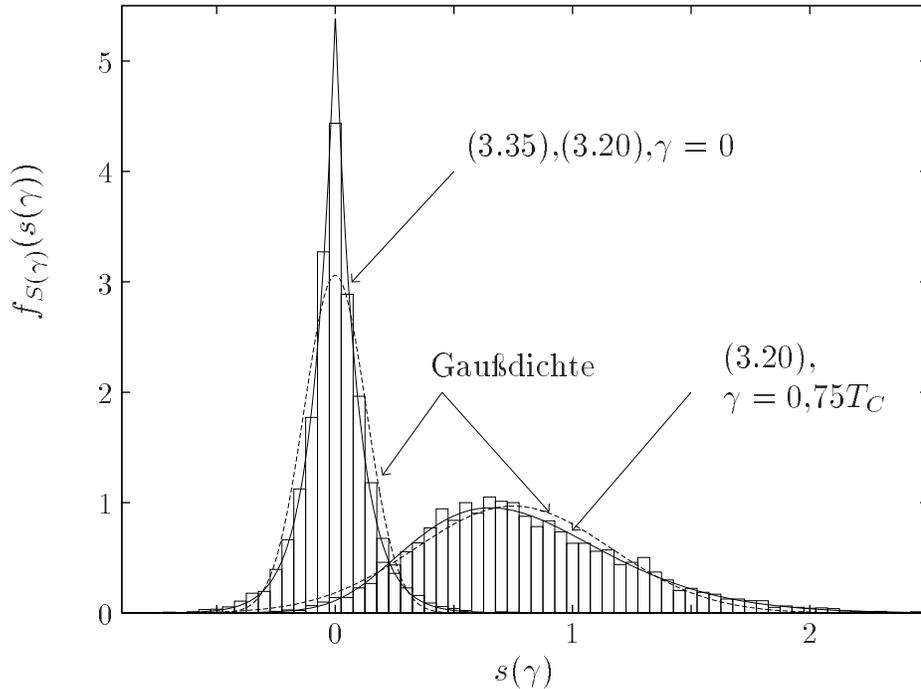


Abb. 3.8 Dichtefunktionen des Fehlersignals $S(\gamma)$ für $\Delta = T_C$

3.3 Regelkreis erster Ordnung

Ziel der weiteren Überlegungen zum nicht-kohärenten Tracking ist es, eine Aussage über den Einfluß des Schätzfehlers auf die mittlere Dauer bis zum Verlust der Regelung (mean time to lose lock, MTLL) zu erhalten.

Eine der wichtigsten Arbeiten bezüglich der Analyse des Regelverhaltens des delay-lock loops ist [71]. Ausgangspunkt der Überlegungen in [71] ist die Annahme, daß sich der Schätzfehler γ als zeitkontinuierlicher Markov-Prozeß darstellen läßt, was die Lösung stochastischer Differentialgleichungen erfordert. Die Arbeiten [15], [87], [103] gehen hingegen von einem zeitdiskreten Markov-Prozeß aus, so daß die Chapman-Kolmogoroff-Gleichung zu lösen ist. Die im folgenden eingeführte Modellierung als zeit- und zustandsdiskreter Markov-Prozeß ermöglicht die Analyse des Regelverhaltens mittels absorbierender Markov-Ketten.

Das Prinzip des delay-lock loops erster Ordnung besteht darin, parallel zur Entspreizung der Daten das Fehlersignal zu erzeugen und mit diesem Fehlersignal die Zeitverschiebungsschätzung für die Entspreizung des näch-

Schätzfehlers der Akquisition läßt sich unter der Bedingung einer konstanten Zeitverschiebung des Kanals mit Hilfe absorbierender Markov-Ketten berechnen.

Ist die Zeitverschiebung des Kanals wie angenommen konstant, kann γ_i mit (3.38) nur die Werte

$$\gamma_i \in \{-RT_S + \gamma_{\text{rest}}, \dots, \gamma_{\text{rest}}, \dots, RT_S + \gamma_{\text{rest}}\}, \quad \gamma_{\text{rest}} \leq T_S/2, \quad (3.39)$$

annehmen. Jeder dieser möglichen Werte aus (3.39) soll nun einem Zustand entsprechen. Mit diesen Zuständen läßt sich das Verhalten des Schätzfehlers $\gamma_i, i \in \mathbf{N}_0$, auf eine absorbierende Markov-Kette (siehe Anhang A) abbilden. Der Zustand s_n soll den Zusammenhang bezeichnen, daß

$$(n - 0,5)T_S < \gamma_i \leq (n + 0,5)T_S \quad (3.40)$$

erfüllt ist. Den diskreten Werten aus (3.39) werden auf diese Art $2R + 1$ Zuständen $s_n, n = -R, \dots, R$, zugeordnet.

Die Übergangswahrscheinlichkeit $P(s_m | s_n)$ von dem Zustand s_n in den Zustand s_m ist durch

$$P(s_m | s_n) = \int_{(m-0,5)T_S}^{(m+0,5)T_S} f_{\Gamma_i | \Gamma_{i-1}}(\gamma_i | nT_S + \gamma_{\text{rest}}) d\gamma_i \quad (3.41)$$

gegeben. Die Dichte $f_{\Gamma_i | \Gamma_{i-1}}(\gamma_i | \gamma_{i-1})$ ist im wesentlichen durch $f_{S(\gamma_i)}(s(\gamma_i))$ bestimmt. Da, wie bereits diskutiert, eine Bestimmung der Dichte $f_{S(\gamma_i)}(s(\gamma_i))$ nur numerisch erfolgen kann, wird für $S(\gamma_i)$ von einer Gaußverteilung mit Mittelwert und Varianz nach (3.32) und (3.36) ausgegangen. Für die bedingte Dichte $f_{\Gamma_i | \Gamma_{i-1}}(\gamma_i | \gamma_{i-1})$ folgt so ebenfalls eine Gaußdichte mit dem bedingten Mittelwert

$$E\{\Gamma_i | \gamma_{i-1}\} = \gamma_{i-1} - G_1 \frac{|R_b(\gamma_{i-1} - \frac{\Delta}{2})|^2 - |R_b(\gamma_{i-1} + \frac{\Delta}{2})|^2}{S^2} \quad (3.42)$$

und der bedingten Varianz

$$\begin{aligned} \text{Var}\{\Gamma_i | \gamma_{i-1}\} &= G_1^2 \cdot \text{Var}\{S(\gamma_{i-1})\} \\ &= \frac{2 \cdot G_1^2}{\text{SNR}} \frac{|R_b(\gamma_{i-1} - \frac{\Delta}{2})|^2 + |R_b(\gamma_{i-1} + \frac{\Delta}{2})|^2}{S^2} + \frac{2 \cdot G_1^2}{\text{SNR}^2}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Für die Berechnung der MTLL ist mindestens ein absorbierender Zustand erforderlich. Der Regelkreis soll sich in diesem Zustand befinden, wenn $|\gamma| > \gamma_{\max}$ gilt. Aus der Matrix

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} P(s_{-R}|s_{-R}) & \dots & P(s_R|s_{-R}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P(s_{-R}|s_R) & \dots & P(s_R|s_R) \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

folgt mit (A.7) die fundamentale Matrix \mathbf{N} . Die fundamentale Matrix erlaubt die Berechnung der MTLL mittels (A.9) für einen gegebenen Anfangszustand. Für $R = 3$, $\Delta = T_C$, $T_C/T_S = 4$ und ein SNR von 8 dB lautet beispielsweise die Matrix \mathbf{Q} mit der Gaußschen Näherung

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0,299 & 0,589 & 0,099 & 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0,007 & 0,198 & 0,59 & 0,198 & 0,007 & 0 & 0 \\ 0 & 0,018 & 0,334 & 0,559 & 0,088 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0,003 & 0,18 & 0,634 & 0,18 & 0,003 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0,088 & 0,559 & 0,334 & 0,018 & 0 \\ 0 & 0 & 0,007 & 0,198 & 0,59 & 0,198 & 0,007 \\ 0 & 0 & 0 & 0,001 & 0,099 & 0,589 & 0,299 \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

Aus (3.45) ist zu erkennen, daß mit Ausnahme des Zustandes s_0 stets die Wahrscheinlichkeit in den nächsten besseren Zustand überzugehen am größten ist (die Zeile gibt jeweils den Ausgangszustand an und die Spalte den Zustand in den das System überwechselt). Für den besten Zustand s_0 ist die Wahrscheinlichkeit am größten, in diesem Zustand zu verbleiben. Ist die Summe über alle Elemente einer Zeile kleiner eins, so besteht die Möglichkeit des Überganges in einen absorbierenden Zustand. Dies trifft in (3.45) auf die erste und letzte Zeile zu, so daß nur von den ungünstigsten Zuständen aus ein Übergang in einen absorbierenden Zustand erfolgen kann.

Die fundamentale Matrix \mathbf{N} lautet für das gegebene Beispiel

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 39 & 3019 & 82501 & 254587 & 82500 & 3018 & 37 \\ 38 & 3070 & 83893 & 258883 & 83892 & 3069 & 38 \\ 38 & 3069 & 83907 & 258925 & 83906 & 3069 & 38 \\ 38 & 3069 & 83906 & 258926 & 83906 & 3069 & 38 \\ 38 & 3069 & 83906 & 258925 & 83907 & 3069 & 38 \\ 38 & 3069 & 83892 & 258883 & 83893 & 3070 & 38 \\ 37 & 3018 & 82500 & 254587 & 82501 & 3019 & 39 \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Die Summe über die Elemente einer Zeile der fundamentalen Matrix (siehe (A.9)) entspricht der MTLL für den der entsprechenden Zeile zugeordneten Anfangszustand.

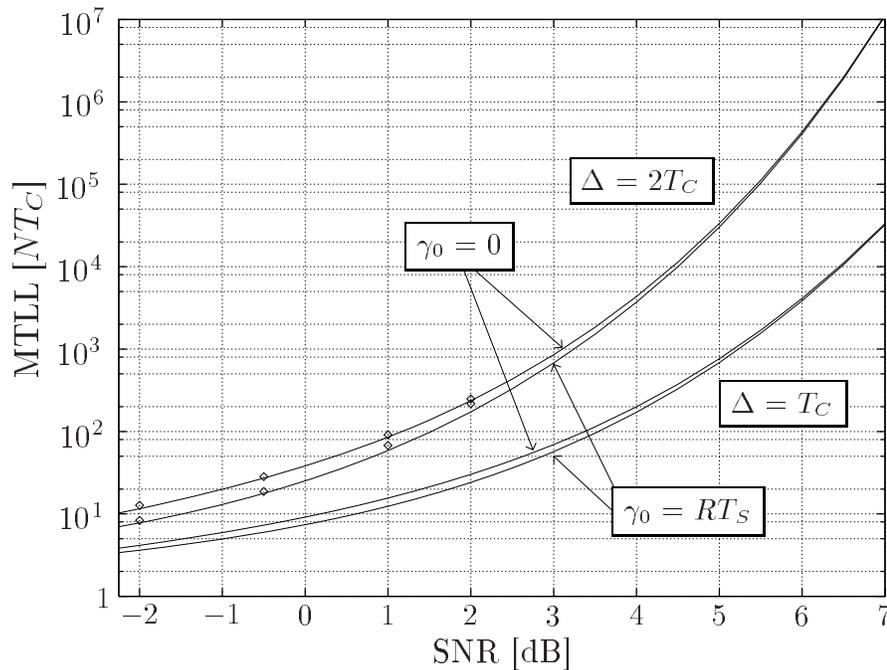
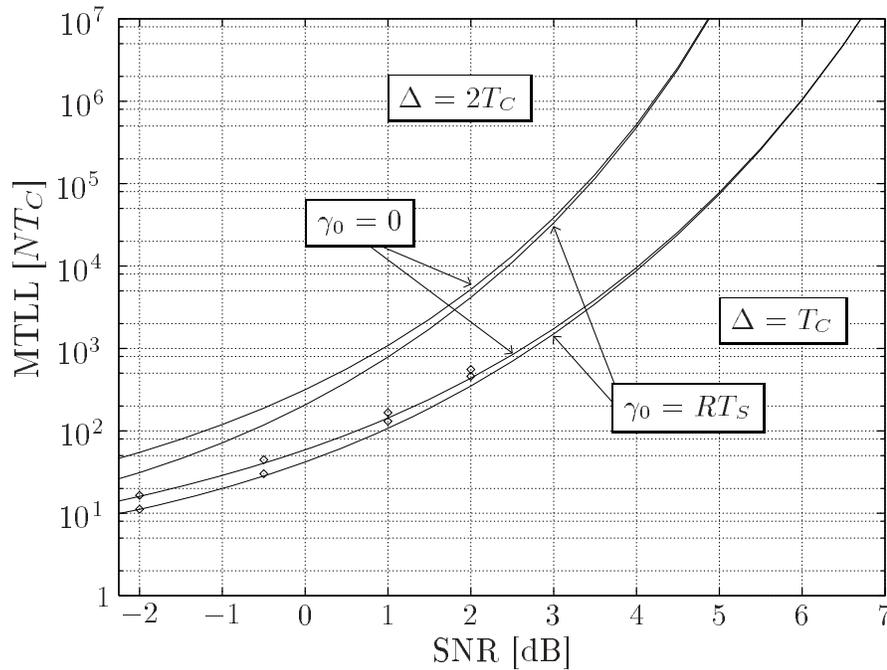


Abb. 3.10 MTLL für $G_1 = 1$

Abb. 3.10 und Abb. 3.11 zeigen die MTLL für bandbegrenzte Impulsformung in Abhängigkeit vom SNR für $\Delta = 2T_C$ und $\Delta = T_C$ für $G_1 = 1$ und $G_1 = 0,5$, jeweils für einen Schätzfehler der Akquisition von $\gamma_0 = 0$ und $\gamma_0 = RT_S$. Diese Schätzfehler entsprechen den Anfangszuständen s_0 und s_R . Abb. 3.10 und Abb. 3.11 liegen die Annahmen

Abb. 3.11 MTLL für $G_1 = 0,5$

- AWGN-Kanal
- $T_C/T_S = 4$
- $\gamma_{\max} = 5,5T_S$ ($R = 5$) für $\Delta = 2T_C$ und $\gamma_{\max} = 3,5T_S$ ($R = 3$) für $\Delta = T_C$.
- $\gamma_{\text{rest}} = 0$

zugrunde. Die eingezeichneten Punkte geben mit einer Maximalfolge der Länge $N = 127$ als Spreizcode mit dem Generatorpolynom $g(x) = x^7 + x^6 + 1$ erzeugte Simulationsergebnisse wieder. Bei den Ergebnissen handelt es sich um empirische Mittelwerte, wobei jeder Wert das Mittel aus 1000 simulierten Zeitdauern bis zum Regelungsverlust unter der Bedingung eines vorgegebenen Anfangszustandes s_i ist.

Aus Abb. 3.10 und Abb. 3.11 geht hervor, daß die Abhängigkeit der MTLL von dem Anfangsschätzfehler im wesentlichen durch Δ und durch das SNR bestimmt ist. Ein zunehmendes SNR bewirkt, daß der Einfluß des Anfangsschätzfehlers abnimmt. Dieser Zusammenhang wird durch die simulativ ermittelten als Punkte eingezeichneten Werte bestätigt. Die Simulationsergebnisse deuten sogar auf einen schneller verschwindenden Einfluß des Anfangsschätzfehlers hin als im Falle der berechneten Werte. Der Grund für

die geringfügige Abweichung von den theoretischen Werten ist in der Gaußschen Näherung der Zufallsvariablen $S(\gamma_i)$ zu suchen. Abb. 3.12 zeigt die MTLL für ausgewählte SNRs für $\Delta = 2T_C$, $R = 5$ und $G_1 = 1$ in Abhängigkeit vom Anfangszustand. Die MTLL ist in Abb. 3.12 stets auf den Wert der MTLL für den Anfangszustand s_0 normiert. Der schwindende Einfluß des Anfangszustandes mit zunehmendem SNR wird hierbei nochmals besonders deutlich.

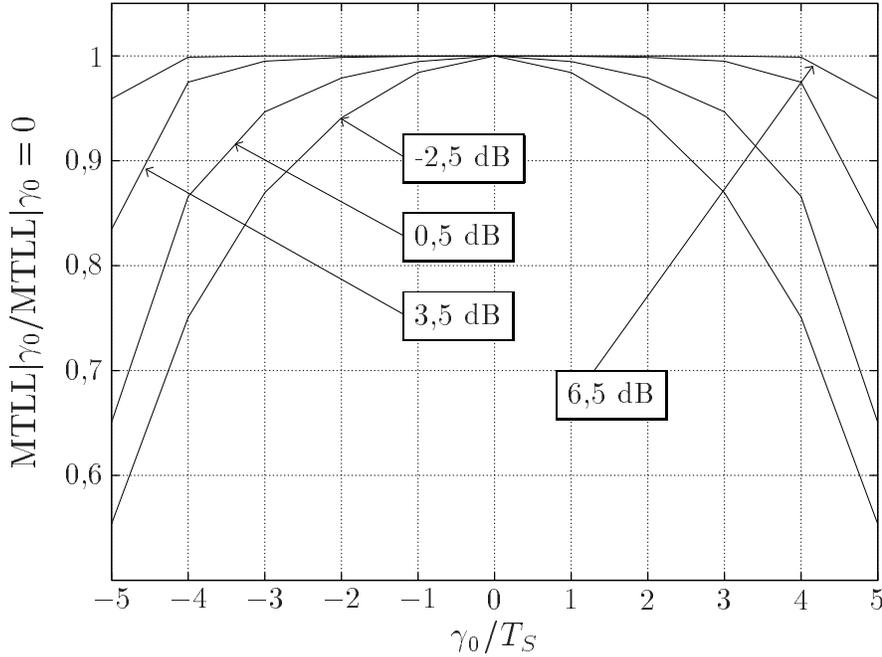


Abb. 3.12 Normierte MTLL in Abhängigkeit vom Anfangsfehler

3.4 Anforderungen an die Akquisition

Von den Kanaleinflüssen Mehrwegeausbreitung, Zeit- und Frequenzverschiebung müssen die letzten beiden bekannt sein, damit sich das Signal tracken läßt. Die Mehrwegeausbreitung verändert zwar das Fehlersignal, sie muß im Gegensatz zu den anderen beiden Parametern jedoch nicht bekannt sein, um das Signal tracken zu können.

Die Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung ist daher als erfolgreich zu werten, wenn

$$|\hat{\tau} - \tau| \in [-\gamma_{\max} + \Delta\gamma, \gamma_{\max} + \Delta\gamma], \quad (3.47)$$

$$|\hat{\nu} - \nu| \in [-\vartheta_{\max}, \vartheta_{\max}] \quad (3.48)$$

gilt. Die Werte γ_{\max} und ϑ_{\max} hängen von dem verwendeten Trackingverfahren ab. Für die Schätzung der Zeitverschiebung ist die Lage des Intervalls der zulässigen Schätzwerte durch die Ausbreitungssituation in Form des Parameters $\Delta\gamma$ bestimmt. Die Verschiebung $\Delta\gamma$ ist wiederum vom verwendeten Trackingverfahren abhängig.

Das SNR und das Trackingverfahren bestimmen ferner, wie sich ein Schätzfehler der Akquisition auf die MTLL auswirkt. Für zunehmendes SNR ist davon auszugehen, daß der Einfluß der Anfangsschätzung auf die MTLL zu vernachlässigen ist.

3.5 Zusammenfassung

Das Grundprinzip der Feinsynchronisation von Zeit- und Frequenzverschiebung wird erläutert und für den in praktischen Anwendungen bedeutsamen Fall des nicht-kohärenten Trackens der Zeitverschiebung mittels des delay-lock loops beispielhaft untersucht. Die Auswirkungen einer frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung auf das Fehlersignal des delay-lock loops werden aufgezeigt und der Einfluß des Kanalrauschens wird berechnet. Es wird ein in digitalen Systemen einfach zu implementierender Trackingalgorithmus eingeführt und sowohl theoretisch als auch simulativ untersucht.

Aus den Ergebnissen zur Feinsynchronisation eines DSSS-Signals folgt, daß die Genauigkeit der Anfangssynchronisation mit zunehmendem Signal-zu-Rauschverhältnis einen vergleichsweise geringen Einfluß auf die nachfolgende Feinsynchronisation hat. Die für die Akquisition wesentlichen Parameter sind die Zeit- und Frequenzverschiebung. Die Intervalle, in denen sich die Schätzwerte dieser Parameter im Falle einer erfolgreichen Akquisition bewegen dürfen, hängen wesentlich von dem verwendeten Trackingalgorithmus sowie einer möglichen frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung ab.

4 Schätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung

Erst wenn ein Empfänger in einem direct sequence spread-spectrum System die Zeit- und Frequenzunschärfe des Empfangssignals soweit eingegrenzt hat, daß sich das Empfangssignal tracken läßt, kann eine Demodulation der Information erfolgen. Während der Akquisition hat daher eine im Sinne der im Empfänger verwendeten Feinsynchronisationsverfahren optimale Schätzung der Zeit- und Frequenzverschiebung zu erfolgen. Die Kenntnis der Parameter einer Mehrwegeausbreitung ist hierbei von untergeordneter Bedeutung, da die fehlende Kenntnis allenfalls das Tracken beeinflusst (siehe 3.2.2), aber nicht verhindert.

Inhalt dieses Kapitels ist der Entwurf von Schätzern für die Zeit- und Frequenzverschiebung. Der Schwerpunkt der Ausführungen liegt auf der Betrachtung von Maximum-Likelihood-Verfahren. In der Literatur ist die Maximum-Likelihood-Methode im Zusammenhang mit der Akquisition von DSSS-Signalen nur in sehr geringem Umfang untersucht. In [86] findet die Maximum-Likelihood-Schätzung der Zeitverschiebung Erwähnung, wird jedoch nicht weiter ausgeführt. [80, S.755] apostrophiert diesen Ansatz mit "brute force" und geht nicht weiter darauf ein. In [40], [9] hingegen wird die Verwendung der Maximum-Likelihood-Methode für den Fall der nicht-frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung in Zusammenhang mit der Implementierung eines GPS-Empfängers untersucht. Während in [40] der Fall der Datenmodulation nicht betrachtet wird, erfolgt in [9] die Berücksichtigung der Datenmodulation für die reine Zeitverschiebungsschätzung. Diese Überlegungen werden in diesem Kapitel insbesondere für den frequenzselektiven Mehrwegkanal erweitert. An die Betrachtungen zur Maximum-Likelihood-Schätzung schließen sich Überlegungen zum voneinander unabhängigen Schätzen von Zeit- und Frequenzverschiebung an.

4.1 Maximum-Likelihood-Schätzung

Mit den in 3.4 zusammengefaßten Anforderungen an die Anfangssynchronisation eines DSSS-Systems ist es möglich, einen bezüglich des Trackings

optimalen Ansatz zur Akquisition zu formulieren. Da diese Überlegungen prinzipieller Natur sind, wird der einfache Fall des nicht mit Daten modulierten Sendesignals im AWGN-Kanal als Ausgangspunkt der Betrachtungen gewählt. Das Schätzproblem reduziert sich so auf die Zeit- und die Frequenzverschiebung.

Ein optimaler Schätzer für τ und ν in Abhängigkeit von \mathbf{r} ergibt sich mittels des Bayesschätzers. Bezeichnet

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{r}) = (\hat{\tau}(\mathbf{r}), \hat{\nu}(\mathbf{r}))^{\mathbf{T}} \quad (4.1)$$

den Schätzer, so ist für seine Bestimmung zunächst die Definition einer geeigneten Kostenfunktion erforderlich. Diese Kostenfunktion hängt von den Schätzfehlern γ und ϑ ab, so daß

$$C(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{r}) - (\tau, \nu)^{\mathbf{T}}) = C((\gamma, \vartheta)^{\mathbf{T}}) \quad (4.2)$$

gilt. Die Art der Kostenfunktion folgt aus der Schätzaufgabe und somit aus den in 3.4 zusammengefaßten Ergebnissen. Eine Schätzung ist unabhängig vom Schätzfehler als geeignet zu bewerten, wenn sie innerhalb des Regelbereichs der Feinsynchronisation liegt. Schätzwerte außerhalb des Regelbereichs sind generell ungeeignet. Als Kostenfunktion resultiert somit die der konstanten Gewichtung großer Fehler [8]

$$C((\gamma, \vartheta)^{\mathbf{T}}) = \begin{cases} 0 & \text{für } |\hat{\tau}(\mathbf{r}) - \tau| \leq \gamma_{\max} \wedge |\hat{\nu}(\mathbf{r}) - \nu| \leq \vartheta_{\max} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.3)$$

Abb. 4.1 zeigt (4.3).

Der Bayesschätzer ist der Schätzer, der den Erwartungswert der Kostenfunktion, das Risiko R

$$R = \mathbb{E} \left\{ C(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{R}) - \boldsymbol{\Theta}) \right\}, \quad \boldsymbol{\Theta} = (T, V)^{\mathbf{T}}, \quad (4.4)$$

minimiert [57, S.303]. Hierbei werden τ und ν als stochastische Parameter aufgefaßt, die durch die Zufallsvariablen T und V charakterisiert sind. Für das Risiko R läßt sich mit $\boldsymbol{\theta} = (\tau, \nu)^{\mathbf{T}}$ und mit (4.4) schreiben

$$R = \int_{\mathbf{R}^{\kappa}} \int_{\mathbf{R}^2} C(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{r}) - \boldsymbol{\theta}) f_{\mathbf{R}, \boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta} d\mathbf{r}. \quad (4.5)$$

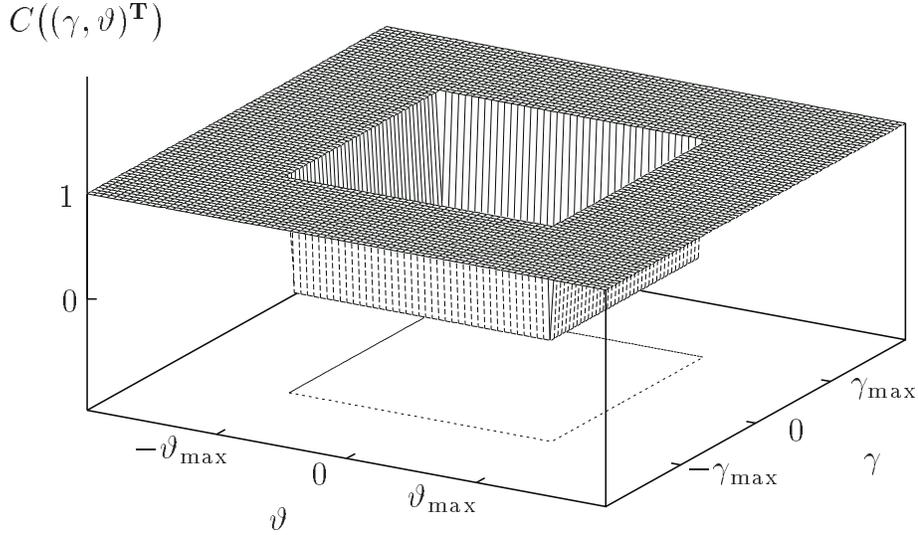


Abb. 4.1 Zweidimensionale Kostenfunktion

Mit (4.3), dem Zusammenhang [73]

$$f_{\mathbf{R}, \underline{\theta}}(\mathbf{r}, \underline{\theta}) = f_{\mathbf{R}|\underline{\theta}}(\mathbf{r}|\underline{\theta}) f_{\underline{\theta}}(\underline{\theta}) \quad (4.6)$$

und der Annahme, daß T und V einer Gleichverteilung folgen, sofern keine nähere Information über die stochastischen Eigenschaften von T und V vorliegen (siehe auch 2.2), folgt wegen

$$f_{\underline{\theta}}(\underline{\theta}) = \begin{cases} \frac{1}{NT_C} \frac{1}{2\nu_{\max}} & \tau \in [0, NT_C) \wedge \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.7)$$

für (4.5)

$$R = 1 - \frac{1}{NT_C} \frac{1}{2\nu_{\max}} \int_{\mathbf{R}^K} \int_{\hat{\nu}(\mathbf{r}) - \vartheta_{\max}}^{\hat{\nu}(\mathbf{r}) + \vartheta_{\max}} \int_{\hat{\tau}(\mathbf{r}) - \gamma_{\max}}^{\hat{\tau}(\mathbf{r}) + \gamma_{\max}} f_{\mathbf{R}|T,V}(\mathbf{r}|\tau, \nu) d\tau d\nu d\mathbf{r}. \quad (4.8)$$

Die Integrationsgrenzen der inneren beiden Integrale in (4.8) ergeben sich gemäß der Kostenfunktion aus $|\hat{\tau}(\mathbf{r}) - \tau| = \gamma_{\max}$ und $|\hat{\nu}(\mathbf{r}) - \nu| = \vartheta_{\max}$.

(4.8) läßt sich nun mittels

$$R \geq 1 - \frac{1}{NT_C} \cdot \frac{1}{2\nu_{\max}} \int_{\mathbf{R}^K} 2\gamma_{\max} 2\vartheta_{\max} \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} f_{\mathbf{R}|T,V}(\mathbf{r}|\tau, \nu) d\mathbf{r} \quad (4.9)$$

nach unten abschätzen. Die rechte Seite von (4.9) kann, obwohl R aufgrund der gewählten Kostenfunktion stets positiv ist, Werte kleiner Null annehmen. Außerdem läßt sich die Konvergenz des Integrales nicht in jedem Fall gewährleisten.

Aus (4.9) lassen sich jedoch wesentliche Schlüsse ziehen. Wenn es einen Schätzer gibt, für den in (4.9) die Gleichheit gilt, dann sind diese Schätzwerte durch den Maximum-Likelihood-Schätzer (ML-Schätzer)

$$(\hat{\tau}(\mathbf{r}), \hat{\nu}(\mathbf{r})) = \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} f_{\mathbf{R}|T,V}(\mathbf{r}|\tau, \nu) \quad (4.10)$$

gegeben. Die Gleichheit tritt ein, wenn $f_{\mathbf{R}|T,V}(\mathbf{r}|\tau, \nu)$ für beliebiges \mathbf{r} im Bereich des Maximums in τ -Richtung über einem Intervall der Länge $2\gamma_{\max}$ und in ν -Richtung über einem Intervall der Länge $2\vartheta_{\max}$ konstant ist. Hieraus läßt sich ableiten, daß je flacher der Verlauf von $f_{\mathbf{R}|T,V}(\mathbf{r}|\tau, \nu)$ im Bereich des globalen Maximums ist oder je kleiner γ_{\max} oder ϑ_{\max} werden, desto besser nähert der Maximum-Likelihood-Schätzer den optimalen Schätzwert an. Vergleichende Simulationen zur Akquisition von DSSS-Signalen haben bestätigt, daß ein mittels (4.8) approximierter optimaler Schätzer keinen Gewinn gegenüber einem Maximum-Likelihood-Schätzer ergibt. Alle weiteren Untersuchungen bauen daher auf dem Maximum-Likelihood-Schätzer aus (4.10) auf.

Neben den Parametern τ und ν sind im allgemeinen Fall der Einfluß des Kanals und einer Datenmodulation zu berücksichtigen. Die Aufgabe besteht dann darin, $f_{\mathbf{R}|\mathbf{D},\mathbf{\Theta}}(\mathbf{r}|\mathbf{d}, \mathbf{\theta})$ in Abhängigkeit dieser Parameter für ein gegebenes \mathbf{r} zu maximieren. Aus der Parameterkombination, für die das Maximum resultiert, folgen die Schätzwerte $\hat{\tau}(\mathbf{r})$ und $\hat{\nu}(\mathbf{r})$. Eine Möglichkeit, die Maximierung durchzuführen, besteht darin, $f_{\mathbf{R}|\mathbf{D},\mathbf{\Theta}}(\mathbf{r}|\mathbf{d}, \mathbf{\theta})$ partiell nach $\mathbf{\theta}$ abzuleiten und die Ableitung gleich Null zu setzen. Ein explizites Auflösen der Ableitung nach τ oder ν ist für die zu lösende Schätzaufgabe nicht

möglich, so daß dieser Ansatz nicht sinnvoll ist. In jedem Fall ist eine Suche des Maximums durch eine näherungsweise Berechnung des Funktionsverlaufs von $f_{\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e}}(\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e})$ in Abhängigkeit von \mathbf{d} und \mathbf{e} für gegebenes \mathbf{r} möglich, was zunächst sehr aufwendig ist.

Handelt es sich bei $f_{\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e}}(\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e})$ um eine unimodale Funktion, lassen sich rekursive Suchverfahren zur Bestimmung des globalen Maximums verwenden. Verfahren zur Maximumsuche von Funktionen, die von mehreren Variablen abhängen, finden sich in [5], [72]. Im Zusammenhang mit der Maximum-Likelihood-Schätzung gibt es darüberhinaus speziell entwickelte Algorithmen wie expectation-maximization (EM) [22] oder space-alternating generalized expectation-maximization (SAGE) [24], [29]. Ist die Unimodalität nicht gegeben, besteht bei einem rekursiven Ansatz stets die Möglichkeit nur ein lokales und nicht das globale Maximum zu finden. Die Frage nach der Unimodalität von $f_{\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e}}(\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e})$ soll exemplarisch für den AWGN-Kanal mit $\varphi_0 = 0$ untersucht werden.

Die bedingte Dichte $f_{\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e}}(\mathbf{r}|\mathbf{d},\mathbf{e})$ ergibt sich mit $h_0 = 1$ und (2.69) für ein nicht mit Daten moduliertes Signal zu

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{r}|\mathbf{e}}(\mathbf{r}|\mathbf{e}) &= \frac{1}{(\pi N_0)^K} e^{-\|\mathbf{r} - \mathbf{E}(\nu)\mathbf{x}(\tau)\|^2 / N_0} \\ &= \frac{1}{(\pi N_0)^K} e^{-\left(\|\mathbf{r}\|^2 - 2\operatorname{Re}\{\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{x}(\tau) \rangle\} + \|\mathbf{x}(\tau)\|^2\right) / N_0}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Mit der Annahme $\|\mathbf{x}(\tau)\|^2 = \text{konst} \forall \tau \in [0, NT_C)$ ist (4.11) bezüglich der Parameter τ und ν für gegebenes $\mathbf{r} = \mathbf{E}(\nu_0)\mathbf{x}(\tau_0) + \mathbf{z}$ proportional zu

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{r}|\mathbf{e}}(\mathbf{r}|\mathbf{e}) &\sim e^{2\operatorname{Re}\{\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{x}(\tau) \rangle\}} \\ &= \underbrace{e^{2\operatorname{Re}\{\langle \mathbf{E}(\nu_0)\mathbf{x}(\tau_0) | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{x}(\tau) \rangle\}}}_{\text{Signalkomponente}} \cdot \underbrace{e^{2\operatorname{Re}\{\langle \mathbf{z} | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{x}(\tau) \rangle\}}}_{\text{Störkomponente}}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Für $\mathbf{z} = (0, \dots, 0)^T$ folgt aus (4.12), daß der Term

$$2\operatorname{Re}\{\langle \mathbf{E}(\nu_0)\mathbf{x}(\tau_0) | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{x}(\tau) \rangle\}$$

die Anzahl der Maxima von $f_{\mathbf{r}|\mathbf{e}}(\mathbf{r}|\mathbf{e})$ bestimmt. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit genügt es, den Ausdruck

$$2\operatorname{Re}\{\langle \mathbf{x}(0) | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{x}(\tau) \rangle\}$$

zu betrachten. In 5.1 erfolgt die Auswertung dieses Ausdrucks in Form der Ambiguity-Funktion $A(\tau, \nu)$. Anhand von (5.17) sowie Abb. 5.4 und Abb. 5.5 ist leicht einzusehen, daß mit (4.12), solange die Störkomponente nicht zufällig die Nebenmaxima der Signalkomponente kompensiert, $f_{\mathbf{R}|\underline{\theta}}(\mathbf{r}|\underline{\theta})$ mehrere Maxima aufweist. Rekursive Verfahren zur Maximierung der bedingten Dichte $f_{\mathbf{R}|\underline{\theta}}(\mathbf{r}|\underline{\theta})$ sind daher für die Anfangssynchronisation von DSSS-Signalen ungeeignet, da die Unimodalität in der Regel nicht gegeben ist.

Die nachfolgenden Ausführungen bauen aus diesem Grund darauf auf, den Funktionsverlauf von $f_{\mathbf{R}|\underline{\mathbf{D}}, \underline{\theta}}(\mathbf{r}|\underline{\mathbf{d}}, \underline{\theta})$ zumindest näherungsweise zu berechnen und das globale Maximum anschließend zu bestimmen. Dieser auf den ersten Blick sehr aufwendige Ansatz läßt sich schrittweise soweit vereinfachen, daß letztlich für Anwendungen interessante Strukturen zur Schätzung von τ und ν resultieren. Voraussetzung ist, daß die Dimension L des Vektors $\underline{\mathbf{h}}$ bekannt ist. Wie L zu wählen oder zu bestimmen ist, wird in 5.4.3 erläutert.

Um einige grundlegende Aspekte zur Bestimmung der ML-Schätzwerte von Zeit- und Frequenzverschiebung zu diskutieren, erfolgt als erstes die Betrachtung des nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanals und anschließend der allgemeinere Fall des frequenzselektiven Mehrwegekanals.

4.1.1 Nicht-frequenzselektiver Mehrwegekanal

Im Fall der nicht-frequenzselektiven Mehrwegeausbreitung mit $\underline{\mathbf{h}} = h_0$ lautet der Parametervektor $\underline{\theta} = (\tau, \nu, h_0)^T$. Für den Signalanteil $\underline{\tilde{\mathbf{x}}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\theta})$ des Empfangssignals folgt aus (2.60) mit (2.65)

$$\underline{\tilde{\mathbf{x}}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\theta}) = h_0 \mathbf{E}(\nu) \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau). \quad (4.13)$$

Die Maximierung von $f_{\mathbf{R}|\underline{\mathbf{D}}, \underline{\theta}}(\mathbf{r}|\underline{\mathbf{d}}, \underline{\theta})$ zur Bestimmung der Maximum-Likelihood-Schätzwerte läßt sich, da $\exp(-\|\underline{\mathbf{x}}\|^2)$ eine in $\|\underline{\mathbf{x}}\|^2$ streng monoton fallende Funktion ist, auf die Maximierung des Exponenten in (2.69) oder alternativ auf die Minimierung von

$$\|\mathbf{r} - \underline{\tilde{\mathbf{x}}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\theta})\|^2 = \|\mathbf{r} - h_0 \mathbf{E}(\nu) \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\|^2 \quad (4.14)$$

beschränken. Für nicht bekanntes h_0 ist (4.14) mit (B.7) aus Anhang B minimal, wenn h_0 durch

$$\hat{h}_0(\tau, \nu, \underline{\mathbf{d}}, \underline{\mathbf{r}}) = \frac{\langle \underline{\mathbf{r}} | \mathbf{E}(\nu) \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \rangle}{\| \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \|^2} \quad (4.15)$$

geschätzt wird. Mit der Besselschen Gleichung (B.8) folgt mit (4.15) aus (4.14)

$$\| \underline{\mathbf{r}} - \tilde{\underline{\mathbf{x}}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) \|^2 = \| \underline{\mathbf{r}} \|^2 - \frac{|\langle \underline{\mathbf{r}} | \mathbf{E}(\nu) \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \rangle|^2}{\| \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \|^2}. \quad (4.16)$$

Unter der Voraussetzung, daß nur nicht zeitbegrenzte Signalmodelle (siehe 2.1) als Sendesignal mit $|b_n| = 1$, $n = 0, \dots, N - 1$, Verwendung finden, ist der Betrag des Vektors $\underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \forall \tau \in [0, NT_C)$ konstant. Unter dieser Randbedingung reduziert sich die Schätzaufgabe auf

$$\left(\hat{\tau}(\underline{\mathbf{r}}), \hat{\nu}(\underline{\mathbf{r}}), \hat{\underline{\mathbf{d}}}(\underline{\mathbf{r}}) \right) = \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}] \\ \underline{\mathbf{d}} \in \mathcal{D}}} |\langle \underline{\mathbf{r}} | \mathbf{E}(\nu) \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \rangle|^2. \quad (4.17)$$

\mathcal{D} ist die Menge aller zulässigen Datenvektoren $\underline{\mathbf{d}}$ und $\hat{\underline{\mathbf{d}}}(\underline{\mathbf{r}})$ der Schätzer der übertragenen Daten. Die Maximum-Likelihood-Schätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung ist mit (4.17) nur in Verbindung mit einer Schätzung der übertragenen Daten möglich. Der Kanalparameter h_0 ist ebenfalls zu schätzen. Da sich der resultierende Schätzer $\hat{h}_0(\tau, \nu, \underline{\mathbf{d}}, \underline{\mathbf{r}})$ explizit in Abhängigkeit von τ , ν , $\underline{\mathbf{d}}$ und $\underline{\mathbf{r}}$ angeben läßt (siehe (4.15)), tritt er in (4.17) nicht auf.

Für das Innenprodukt aus (4.17) folgt mit (B.1) und (2.61)

$$\langle \underline{\mathbf{r}} | \mathbf{E}(\nu) \underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau) \rangle = \sum_{k=0}^{K-1} r_k x^*(\underline{\mathbf{d}}, kT_S - \tau) e^{-j2\pi\nu kT_S}. \quad (4.18)$$

Wie bereits ausgeführt, ist eine geeignete Bestimmung der Maximum-Likelihood-Schätzwerte anhand von (4.17) nur mit Suchverfahren möglich, die nicht rekursiv sind. Als Suchverfahren eignet sich die gleichmäßige Suche [5], da Zeit- und Frequenzverschiebung die Annahme einer Gleichverteilung

zugrunde liegt. Für die gleichmäßige Suche sind τ und ν gemäß

$$\tau = uT_S, \quad u = 0, \dots, \lfloor NT_C/T_S \rfloor - 1, \quad (4.19)$$

und

$$\nu = \frac{v}{QT_C}, \quad v = -v_{\max}, \dots, v_{\max}, \quad \text{mit } v_{\max} = \lfloor \nu_{\max} \cdot QT_C \rfloor \quad (4.20)$$

zu diskretisieren. Der Parameter Q erlaubt das Einstellen der Auflösung der Frequenzverschiebung. Die gleichmäßige Suche dient zum Auffinden der ungefähren Lage des globalen Maximums mit einer Genauigkeit, welche die Diskretisierung in (4.19) und (4.20) vorgibt. Genügt die so durch die gleichmäßige Suche erzielbare Genauigkeit, beispielsweise zur exakten Laufzeitbestimmung in Navigationssystemen, nicht, ist eine nachfolgende Verfeinerung mit rekursiven Suchverfahren [5], [72] oder mit dem EM-Algorithmus [22] möglich.

Einsetzen von τ und ν aus (4.19) und (4.20) in (4.18) ergibt mit der Notation

$$W = e^{-j2\pi T_S/(T_C Q)} \quad (4.21)$$

den Ausdruck

$$\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(v/(QT_C)) \mathbf{x}(\mathbf{d}, uT_S) \rangle = \sum_{k=0}^{K-1} r_k x^*(\mathbf{d}, (k-u)T_S) W^{vk}. \quad (4.22)$$

(4.22) entspricht der Definition der diskreten Fourier-Transformation (DFT) [59, S.154], wenn $QT_C/T_S = K \in \mathbb{N}$ erfüllt ist. Ist K zudem gleich einer Zweierpotenz, läßt sich die schnelle Fourier-Transformation zur effizienten Auswertung von (4.22) verwenden [59, S.166]. Für ein nicht mit Daten moduliertes Sendesignal zeigt Abb. 4.2 die aus (4.22) resultierende Struktur, mit der sich alle u, v -Kombinationen auswerten lassen.

Handelt es sich um ein System mit Datenmodulation, so ist die Abhängigkeit des Sendesignals von den Daten zu berücksichtigen. Für ideal bandbegrenzte Impulsformung ist, sofern $T_S < T_C$ gilt, aus theoretischer Sicht der gesamte Vektor \mathbf{d} zur Darstellung des Vektors $\mathbf{x}(\mathbf{d}, \tau)$ notwendig. Da \mathbf{d} unendlich viele Elemente hat, scheidet diese Möglichkeit aus. Für $T_S = T_C$ sind hingegen nur so viele Datensymbole zur Darstellung nötig, wie innerhalb der Beobachtungsdauer KT_S dem Signal aufmoduliert sind. Entspricht die

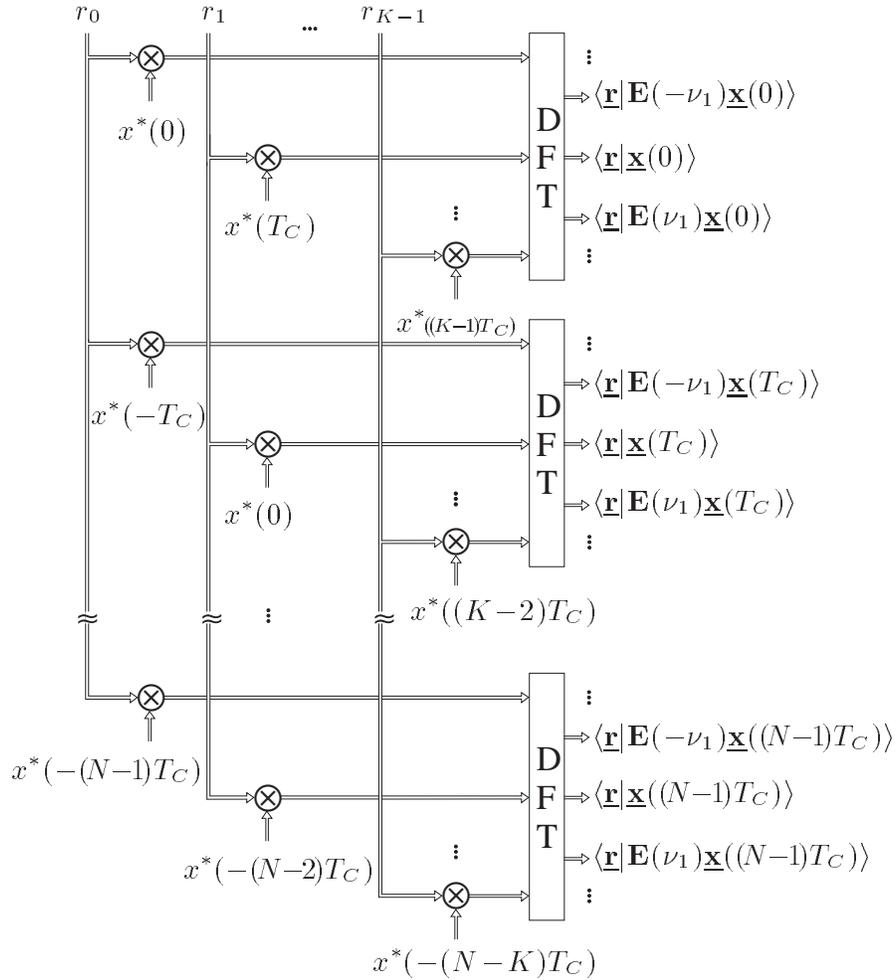


Abb. 4.2 Effiziente Berechnung der inneren Produkte ($\nu_1 = 1/(QT_C)$)

Beobachtungsdauer genau einer Datensymboldauer, sind dies aufgrund einer möglichen Zeitverschiebung des Beobachtungsintervalls zum Symbolintervall maximal zwei Datensymbole.

Vereinfachend können nun auch für $T_S < T_C$ nur die Datensymbole zur Signaldarstellung herangezogen werden, die für $T_C = T_S$ notwendig sind. Bei ideal zeitbegrenzter Impulsformung gilt dieser Zusammenhang ohnehin. Ist die Beobachtungsdauer KT_S gleich der Datensymboldauer T_B , folgt somit für BPSK-Modulation $\underline{\mathbf{d}} = (d_0, d_1)^T$. Die in Abb. 4.2 gezeigte Struktur deckt hierbei für $T_S = T_C$, $KT_S = T_B$ die Berechnung der Innenprodukte für $\underline{\mathbf{d}} = (1, 1)^T$ und durch Negation der Ergebnisse ebenfalls für $\underline{\mathbf{d}} = (-1, -1)^T$ ab. Da für die Bestimmung der Schätzwerte nach (4.17) aufgrund der Be-

tragsquadrate die Bedeutung des Vorzeichens entfällt, ist keine gesonderte Berechnung für $\underline{\mathbf{d}} = (-1, -1)^T$ erforderlich. Die Schätzung der Datensymbole im Zusammenhang mit der Akquisition erlaubt für den betrachteten Fall nur eine Aussage darüber, ob beide Datensymbole das gleiche Vorzeichen haben oder nicht. Die verbleibende Berechnung der Innenprodukte für $\underline{\mathbf{d}} = (\pm 1, \mp 1)^T$ ist in Abb. 4.3 gezeigt.

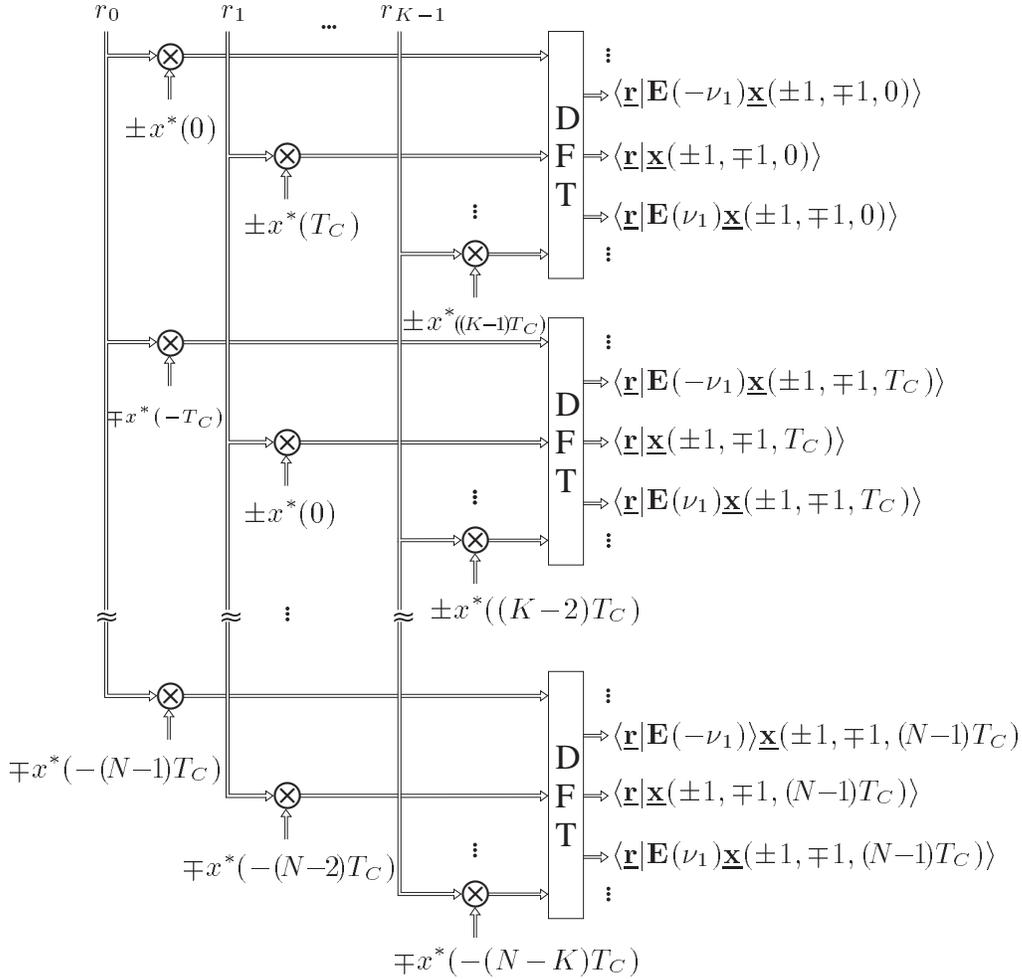


Abb. 4.3 Innenprodukte für $\underline{\mathbf{d}} = (\pm 1, \mp 1)^T$ ($\nu_1 = 1/(QT_C)$, $N < K$)

4.1.2 Frequenzselektiver Mehrwegekanal

Für eine frequenzselektive Mehrwegeausbreitung sind neben h_0 die Koeffizienten der auflösbaren Mehrwege h_1, \dots, h_{L-1} zu berücksichtigen. Mit $\underline{\mathbf{h}} = (h_0, \dots, h_{L-1})^T$ lautet der Parametervektor daher

$$\underline{\boldsymbol{\theta}} = (\tau, \nu, \underline{\mathbf{h}})^T. \quad (4.23)$$

Die Bestimmung des Maximum-Likelihood-Schätzers erfolgt zunächst ohne Berücksichtigung von Datenmodulation, um die Darstellung zu vereinfachen. Der ML-Schätzer für den Fall der Datenmodulation, dessen Herleitung in gleicher Weise erfolgt, wird anschließend angegeben.

Für die Maximierung von $f_{\underline{\mathbf{R}}|\underline{\boldsymbol{\theta}}}(\underline{\mathbf{r}}|\underline{\boldsymbol{\theta}})$ ist wie in (4.14) der Ausdruck

$$\begin{aligned} \|\underline{\mathbf{e}}(\underline{\boldsymbol{\theta}})\|^2 &= \|\underline{\mathbf{r}} - \tilde{\underline{\mathbf{x}}}(\underline{\boldsymbol{\theta}})\|^2 = \|\underline{\mathbf{r}} - \mathbf{E}(\nu)\mathbf{X}(\tau)\underline{\mathbf{h}}\|^2 \\ &= \|\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}} - \mathbf{X}(\tau)\underline{\mathbf{h}}\|^2 \end{aligned} \quad (4.24)$$

zu minimieren. Der letzte Schritt in (4.24) gilt, da es sich bei $\mathbf{E}(\nu)$ um eine unitäre Matrix handelt.

Neben den zu schätzenden Parametern τ und ν hängt (4.24) von dem Vektor $\underline{\mathbf{h}}$ ab. Dies bedeutet, daß zusätzlich zur Schätzung von τ und ν eine Schätzung von $\underline{\mathbf{h}}$ erfolgen muß. Aufgrund der Linearität des Ansatzes bezüglich $\underline{\mathbf{h}}$ ergibt sich die Maximum-Likelihood-Schätzung von $\underline{\mathbf{h}}$ in Abhängigkeit von τ und ν mittels der Methode der kleinsten Quadrate [72], wenn $\mathbf{X}^{*T}(\tau)\mathbf{X}(\tau)$ eine reguläre Matrix ist, zu

$$\hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}}) = (\mathbf{X}^{*T}(\tau)\mathbf{X}(\tau))^{-1} \mathbf{X}^{*T}(\tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}. \quad (4.25)$$

Wird $\hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}})$ durch die Methode der kleinsten Quadrate bestimmt, ist die Differenz $\|\underline{\mathbf{e}}(\tau, \nu, \hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}}))\|$ aus (4.24) minimal und es folgt unmittelbar [57]

$$\underline{\mathbf{e}}(\tau, \nu, \hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}})) \perp \tilde{\underline{\mathbf{x}}}(\tau, \nu, \hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}})). \quad (4.26)$$

Für gegebenes τ und ν folgt mit (4.25) die Projektion von $\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}$ in Richtung des Vektors $\tilde{\underline{\mathbf{x}}}(\tau, \nu, \hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}}))$. Abb. 4.4 veranschaulicht diesen Zusammenhang.

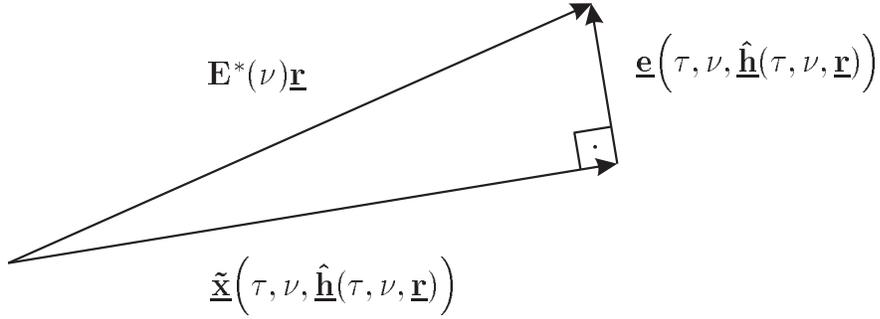


Abb. 4.4 Projektion von $\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}$ auf den Signalmodellvektor

Mit der verkürzenden Schreibweise der Pseudoinversen [39]

$$\mathbf{A}(\tau) = (\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\tau)\mathbf{X}(\tau))^{-1}\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\tau) \quad (4.27)$$

vereinfacht sich (4.24) unter Beachtung von (4.25) mit dem Satz von Pythagoras aus (B.9) zu

$$\|\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}} - \mathbf{X}(\tau)\mathbf{A}(\tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}\|^2 = \|\underline{\mathbf{r}}\|^2 - \|\mathbf{X}(\tau)\mathbf{A}(\tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}\|^2. \quad (4.28)$$

Da die rechte Seite in (4.28) nicht negativ werden kann, genügt es

$$\|\mathbf{X}(\tau)\mathbf{A}(\tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}\|^2$$

zu maximieren. Somit ergeben sich die Maximum-Likelihood-Schätzwerte durch

$$(\hat{\tau}(\underline{\mathbf{r}}), \hat{\nu}(\underline{\mathbf{r}})) = \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} \|\mathbf{X}(\tau)\mathbf{A}(\tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}\|^2. \quad (4.29)$$

Soll Datenmodulation berücksichtigt werden, folgt für den ML-Schätzer [100]

$$(\hat{\tau}(\underline{\mathbf{r}}), \hat{\nu}(\underline{\mathbf{r}}), \hat{\underline{\mathbf{d}}}(\underline{\mathbf{r}})) = \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}] \\ \underline{\mathbf{d}} \in \mathcal{D}}} \|\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\mathbf{A}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}\|^2. \quad (4.30)$$

Solange die Beobachtungsdauer KT_S nicht größer ist als die Datensymboldauer abzüglich der maximalen Mehrwegelaufzeit $(L - 1)T_S$, gilt näherungsweise für den Datenvektor $\underline{\mathbf{d}} = (d_0, d_1)^T$.

Damit (4.30) einen robusten Schätzer ergibt, ist auf eine gute Konditionierung der Matrix $\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$ zu achten. Je schlechter die Konditionierung, desto größer der Einfluß einer Störung auf den Schätzer $\hat{\mathbf{h}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{d}}, \mathbf{r})$ [44, S.231ff] und damit auf die Schätzung der Zeit- und Frequenzverschiebung. Zur Messung der Konditionierung werden in [44] verschiedene Konditionszahlen definiert. Hier sei nur die folgende Konditionszahl

$$\kappa(\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \geq 1 \quad (4.31)$$

angegeben. λ_{\max} und λ_{\min} sind der größte und der kleinste Eigenwert der Matrix $\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$. Die Gleichheit in (4.31) - die günstigste Konditionierung - ergibt sich, wenn die Zeilen von $\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$ orthonormal zueinander sind. Die Orthonormalität der Zeilen läßt sich nur für einen idealen Spreizcode nach (3.3) erreichen. Zudem muß $T_S = T_C$ aufgrund der Impulsformung des Sendesignals erfüllt sein.

Mit [88, S.193] und der zeitdiskreten Darstellung in [58, S.60ff] folgt, daß die Matrix $\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$ für auf $B = 1/T_C$ bandbegrenzte Signale maximal $B \cdot KT_S + 1 = B \cdot ST_C + 1 = S + 1$ signifikante Eigenwerte aufweist. Gilt $T_S = T_C$, folgt für $\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$ die Dimension $S \times S$. Für $T_S = T_C/2$ folgt die Dimension $2S \times 2S$. Da es maximal nur $S + 1$ signifikante Eigenwerte gibt, geht für $T_S = T_C/2$ der kleinste Eigenwert gegen Null, so daß die Konditionszahl nach (4.31) gegen unendlich geht, sofern ein Eigenwert ungleich Null ist. Für einen Schätzer nach (4.30), der möglichst robust gegenüber einer Störung ist, muß daher $T_S = T_C$ gelten. Weitere Anmerkungen zum Schätzerentwurf erfolgen in 5.4.3.

4.1.3 Wichtige Sonderfälle der ML-Schätzung

Der verhältnismäßig komplexe ML-Schätzer aus (4.30) läßt sich für ein nicht mit Daten modulierte Signal in zwei Fällen geeignet vereinfachen. Die Ergebnisse dieser Vereinfachungen bilden die Grundlage für die im nächsten Abschnitt diskutierten Näherungen des ML-Schätzers.

1.Fall: Orthonormale Signalvektoren mit $\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\tau)\mathbf{X}(\tau) = \mathbf{I}$

Handelt es sich bei dem Sendesignal um ein nicht mit Daten moduliertes Signal und sind die Vektoren $\underline{\mathbf{x}}(\tau + lT_S)$, $l = 0, \dots, L - 1$, orthonormal, gilt mit der Definition der Matrix $\mathbf{X}(\tau)$ aus (2.62)

$$\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\tau)\mathbf{X}(\tau) = \mathbf{I}, \quad (4.32)$$

so daß für (4.29) mit (4.25), (4.27) und dem Satz des Pythagoras folgt

$$\begin{aligned} \|\mathbf{X}(\tau)\mathbf{A}(\tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}}\|^2 &= \left\| \mathbf{X}(\tau)\hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}}) \right\|^2 \\ &= \left\| \sum_{l=0}^{L-1} \hat{h}_l(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}})\underline{\mathbf{x}}(\tau + lT_S) \right\|^2 \\ &= \left\| \hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}}) \right\|^2. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Für die Maximum-Likelihood-Schätzwerte läßt sich durch Einsetzen von (4.25) und (4.32) in (4.33) schreiben

$$\begin{aligned} (\hat{\tau}(\underline{\mathbf{r}}), \hat{\nu}(\underline{\mathbf{r}})) &= \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} \left\| \hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{r}}) \right\|^2 \\ &= \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} \left\| \mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\tau)\mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}} \right\|^2 \\ &= \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} \left\| \begin{pmatrix} \langle \mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}} | \underline{\mathbf{x}}(\tau) \rangle \\ \langle \mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}} | \underline{\mathbf{x}}(\tau + T_S) \rangle \\ \vdots \\ \langle \mathbf{E}^*(\nu)\underline{\mathbf{r}} | \underline{\mathbf{x}}(\tau + (L-1)T_S) \rangle \end{pmatrix} \right\|^2 \\ &= \arg \max_{\substack{\tau \in [0, NT_C) \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} \sum_{l=0}^{L-1} |\langle \underline{\mathbf{r}} | \mathbf{E}(\nu)\underline{\mathbf{x}}(\tau + lT_S) \rangle|^2. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Mit der Diskretisierung von τ und ν aus (4.19), (4.20) und der Notation aus (4.21) folgt für (4.34)

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{L-1} |\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(v/(QT_C)) \mathbf{x}((u+l)T_S) \rangle|^2 \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \left| \sum_{k=0}^{K-1} r_k x^*((k-u-l)T_S) W^{vk} \right|^2. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Die Berechnung der Innenprodukte in (4.35) zur Suche des globalen Maximums läßt sich mit der gleichen Struktur, wie in Abb. 4.2 gezeigt, umsetzen. Für den frequenzselektiven Mehrwegekanal ist jedoch die Berechnung zusätzlicher $L-1$ DFT-Zweige für die zeitlichen Verschiebungen $u = KT_S, KT_S + T_S, \dots, KT_S + (L-2)T_S$ erforderlich.

2.Fall: Beobachtungsdauer KT_S entspricht der Codeperiode NT_C

Sind die Vektoren $\mathbf{x}((u+l)T_S)$, $l = 0, \dots, L-1$, nicht orthonormal, läßt sich die ML-Schätzung der Kanalkoeffizienten aus (4.25) für $K = NT_C/T_S$ mit Hilfe der unitären Matrix

$$\mathbf{X}_D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

geeignet umformen. Gilt $K = NT_C/T_S$, wird mit

$$\mathbf{X}(uT_S) = \mathbf{X}_D^u \mathbf{X}(0) \quad (4.37)$$

(4.27) zu

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(uT_S) &= (\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(0) \mathbf{X}_D^{u\mathbf{T}} \mathbf{X}_D^u \mathbf{X}(0))^{-1} \mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(0) \mathbf{X}_D^{u\mathbf{T}} \\ &= \mathbf{A}(0) \mathbf{X}_D^{u\mathbf{T}}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Für die Schätzung von $\hat{\mathbf{h}}(uT_S, \nu, \mathbf{r})$ aus (4.25) gilt somit

$$\hat{\mathbf{h}}(uT_S, \nu, \mathbf{r}) = \mathbf{A}(0)\mathbf{X}_D^{u\mathbf{T}} \mathbf{E}^*(\nu)\mathbf{r}. \quad (4.39)$$

Unter Verwendung der Schreibweise

$$\mathbf{A}(uT_S) = \mathbf{A}(0)\mathbf{X}_D^{u\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_0^{\mathbf{T}} \\ \mathbf{a}_1^{\mathbf{T}} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{L-1}^{\mathbf{T}} \end{pmatrix} \mathbf{X}_D^{u\mathbf{T}} \quad (4.40)$$

mit

$$\mathbf{a}_l = (a_{l,0}, \dots, a_{l,K-1})^{\mathbf{T}} \quad (4.41)$$

resultiert das Betragsquadrat des Vektors $\hat{\mathbf{h}}(uT_S, \nu, \mathbf{r})$ zu

$$\begin{aligned} \left\| \hat{\mathbf{h}}(uT_S, \nu, \mathbf{r}) \right\|^2 &= \left\| \mathbf{A}(uT_S)\mathbf{E}^*(\nu)\mathbf{r} \right\|^2 \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} |\langle \mathbf{X}_D^u \mathbf{a}_l | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{r}^* \rangle|^2 \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} |\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{X}_D^u \mathbf{a}_l^* \rangle|^2. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Die Maximierung von (4.42) liefert in Anlehnung an (4.34) den Ansatz

$$(\hat{u}(\mathbf{r}), \hat{\nu}(\mathbf{r})) = \arg \max_{\substack{u \in \{0, \dots, \lfloor \frac{NT_C}{T_S} \rfloor - 1\} \\ \nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]}} \sum_{l=0}^{L-1} |\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(\nu)\mathbf{X}_D^u \mathbf{a}_l^* \rangle|^2 \quad (4.43)$$

zur Schätzung der Zeit- und Frequenzverschiebung des Kanals.

Der wesentliche Unterschied zwischen (4.34) und (4.43) besteht in den Vektoren $\mathbf{x}((u+l)T_S)$ und $\mathbf{X}_D^u \mathbf{a}_l^*$. Die Konsequenz ist, daß für jeden zusätzlich berücksichtigten Mehrweg nicht nur ein weiterer DFT-Zweig in Abb. 4.2 sondern die gesamte Struktur mit anderen Koeffizienten $a_{l,k}$ neu zu berechnen ist.

Es sei angemerkt, daß die Suche nach dem maximalen Betragsquadrat der Norm $\|\hat{\mathbf{h}}(\tau, \nu, \mathbf{r})\|$ anhand von (4.43) nicht mehr einer Maximum-Likelihood-Schätzung für τ und ν entspricht. Aufgrund der fehlenden Orthogonalität der Vektoren $\mathbf{x}((u+l)T_S)$, $l = 0, \dots, L-1$, gilt

$$\|\mathbf{X}(\tau)\hat{\mathbf{h}}(\tau, \nu, \mathbf{r})\|^2 \neq \|\hat{\mathbf{h}}(\tau, \nu, \mathbf{r})\|^2. \quad (4.44)$$

Der direkte Zusammenhang zwischen der ML-Schätzung aus (4.33) und der Maximierung von $\|\hat{\mathbf{h}}(\tau, \nu, \mathbf{r})\|^2$ besteht daher nicht mehr.

4.2 Näherungen der ML-Schätzung

Aus 4.1 geht hervor, daß die in Abb. 4.2 gezeigte Struktur zur Bestimmung der Maximum-Likelihood-Schätzwerte sowohl für den Fall des nichtfrequenzselektiven als auch für den des frequenzselektiven Mehrwegekanals von zentraler Bedeutung ist. Im folgenden werden Näherungen für die Auswertung der Abb. 4.2 zugrunde liegenden Innenprodukte untersucht, die mit nur einem DFT-Zweig im Vergleich zu den N Zweigen aus Abb. 4.2 auskommen. Die parallele Verarbeitung aller Zeitverschiebungsschätzungen ist hierfür in eine serielle Verarbeitung umzuformen. Es läßt sich zeigen, daß diese Approximationen des ML-Schätzers bezüglich der Zeitverschiebungsschätzung auf das Prinzip der signalangepaßten Filterung führen. Die Betrachtungen erfolgen für den Fall des frequenzselektiven Mehrwegekanals ($L > 1$).

4.2.1 Signalangepaßte Filterung

Ausgehend von (4.35) läßt sich unter Berücksichtigung von Datenmodulation mit der Definition des Drehoperators W aus (4.21) sowie den Signalmodellen aus (2.8) und (2.10) die Näherung

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{L-1} |\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(v/(QT_C)) \mathbf{x}(\mathbf{d}, (u+l)T_S) \rangle|^2 \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \left| \sum_{k=0}^{K-1} r_k W^{vk} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{\lfloor n/M \rfloor}^* b_n^* g^*((k-u-l)T_S - nT_C) \right|^2 \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\approx \sum_{l=0}^{L-1} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_k W^{\nu k} \sum_{n=0}^{S-1} d_{\lfloor n/M \rfloor}^* b_n^* g^*((k-u-l)T_S - nT_C) \right|^2$$

mit (siehe (2.54))

$$S = \lfloor KT_S/T_C \rfloor \quad (4.46)$$

angeben. In [64, S.251] ist eine entsprechende Näherung ohne Herleitung für nicht gespreizte Signale angegeben. Der wesentliche Schritt bei dieser Näherung besteht darin, daß an Stelle des zeitlich nicht begrenzten Sendesignals das zeitlich begrenzte und anstelle des begrenzten Empfangssignals ein unbegrenztes Signal verwendet wird. Um diese Näherung zu verdeutlichen, soll (4.45) an einem Beispiel eines nicht mit Daten modulierten gespreizten Signals mit $L = u = 1$, $\nu = 0$, $T_C = T_S$ und $K = N = 5$ erläutert werden. Aus (4.45) folgt für dieses Beispiel mit den Impulsformen aus (2.1) und (2.2)

$$\frac{1}{\sqrt{T_C}} \sum_{k=0}^4 r_k b_{k-1 \bmod 5}^* \approx \frac{1}{\sqrt{T_C}} \sum_{k=1}^5 r_k b_{k-1}^* \quad (4.47)$$

Abb. 4.5 verdeutlicht die Zuordnung der Folgeelemente für die Produktterme in (4.47). Ein Unterschied zwischen linker und rechter Seite besteht in (4.47) hinsichtlich der Terme $r_0 \cdot b_{-1}$ und $r_5 \cdot b_4$. Mit $N = 5$ gilt $b_{-1} = b_4$. Daraus folgt, daß sich r_0 und r_5 hinsichtlich ihres additiven Rauschanteils unterscheiden. Für stationäre Ausbreitungsverhältnisse ergibt sich daher aus stochastischer Sicht kein Unterschied zwischen den beiden Produkttermen $r_0 \cdot b_{-1}$ und $r_5 \cdot b_4$.

Der Aspekt der signalangepaßten Filterung wird durch die folgenden Umformungen von (4.45) unter Verwendung der Signalmodelle aus (2.8) und (2.10) deutlich¹

$$\sum_{l=0}^{L-1} |\langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(v/(QT_C)) \mathbf{x}(\mathbf{d}, (u+l)T_S) \rangle|^2 \quad (4.48)$$

¹Zur Notation der Faltung: $\int_{-\infty}^{\infty} x^*(t)y(t+\tau) dt \stackrel{t=-t'}{=} \int_{-\infty}^{\infty} x^*(-t')y(\tau-t') dt' = x^*(-\tau) * y(\tau)$

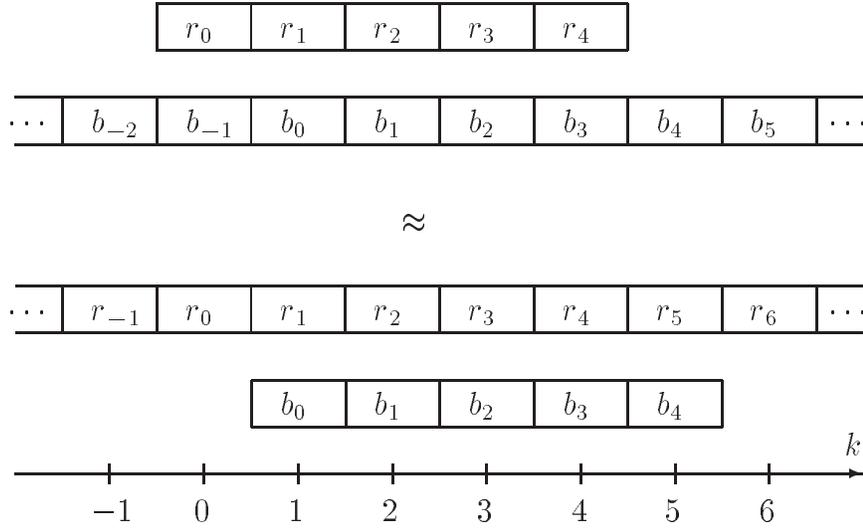


Abb. 4.5 Beispiel für (4.47) mit $K = 5$ und $u = 1$

$$\begin{aligned}
 &\approx \sum_{l=0}^{L-1} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{TP}(kT_S) e^{-j2\pi\nu kT_S/(QT_C)} x_S^*((k-u-l)T_S) \right|^2 \\
 &= \sum_{l=0}^{L-1} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{TP}((k+u+l)T_S) e^{-j2\pi\nu(k+u+l)T_S/(QT_C)} x_S^*(kT_S) \right|^2 \\
 &= \sum_{l=0}^{L-1} \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_{TP}((k+u+l)T_S) x_S^*(kT_S) e^{-j2\pi\nu kT_S/(QT_C)} \right|^2 \\
 &= \sum_{l=0}^{L-1} \left| \frac{1}{T_S} r_{TP}((u+l)T_S) * \left(x_S^*(-(u+l)T_S) e^{j2\pi\nu(u+l)T_S/(QT_C)} \right) \right|^2
 \end{aligned}$$

Aufgrund der Tatsache, daß die Signale $r_{TP}(t)$ und $x_S(t)$ als bandbegrenzt bezüglich $B_{TP} = 1/T_S$ anzusehen sind (siehe 2.3.1), ist der Übergang in der letzten Zeile von (4.48) zur Darstellung mittels der kontinuierlichen Faltung möglich (vgl. [91, S.151ff] oder [64, S.239f]).

Aus (4.48) folgt, daß sich die näherungsweise Berechnung der Innenprodukte für gegebenes ν aus einer an das Sendesignal angepaßten Filterung mit anschließender Betragsquadratbildung und Summation über L aufeinanderfolgende Werte am Filterausgang ergibt. Abb. 4.6 zeigt die Struktur, die für jede zu untersuchende Frequenzverschiebung eine signalangepaßte Filterung

zur näherungsweise Berechnung der Innenprodukte realisiert. Anschaulich betrachtet wird bei der angepaßten Filterung eine Signalform des Sendesignals festgehalten und das Empfangssignal variiert. Bei der näherungsfreien Maximum-Likelihood-Schätzung hingegen wird der Empfangsvektor festgehalten und mit allen zulässigen Sendesignalformen verglichen. Ein deutlicher Vorteil der angepaßten Filterung entsteht im Hinblick auf Signale, die mit Daten moduliert sind. Wird die Kopie des Sendesignals genau so gewählt, daß sie einer Datensymboldauer entspricht, ist näherungsweise nur ein Datensymbol zur Darstellung des Sendesignals erforderlich. Für BPSK-Modulation resultiert dann beispielsweise mit und ohne Datenmodulation der gleiche Ansatz zur Schätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung.

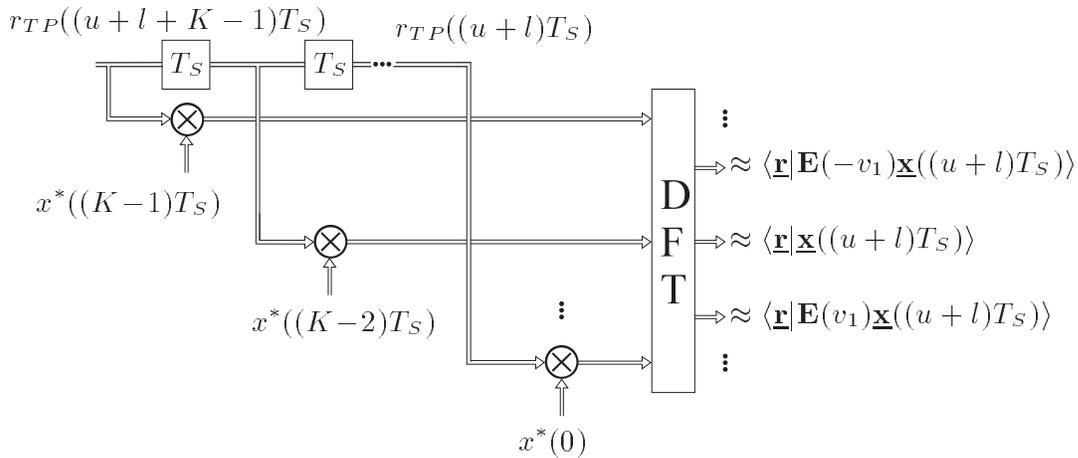


Abb. 4.6 Signalangepaßtes Filter ($v_1 = 1/(QT_C)$)

Im Vergleich zum ML-Schätzer nach (4.30), der im günstigsten Fall in einem Taktintervall T_S K Abtastwerte auf alle Zeit- und Frequenzverschiebungen untersucht, ergibt die Näherung der signalangepaßten Filterung für jeden Abtastwert eine Auswertung über alle Frequenzverschiebungen und einen Wert der Zeitverschiebung. Ein wesentlicher Unterschied hinsichtlich der Akquisitionsgeschwindigkeit entsteht, wenn $KT_S \ll NT_C$ gilt, das heißt, die Beobachtungsdauer sehr viel kleiner als die Codeperiode ist. In diesem Fall benötigt das signalangepaßte Filter das Zeitintervall $NT_C - KT_S$ zusätzlich zur Auswertung aller Zeitverschiebungen. Ist der hieraus entstehende Zeitverlust zu groß, besteht die Möglichkeit mehrere auf verschiedene Codephasen angepaßte Filter parallel zu betreiben. Dieser Ansatz wird in [82], [83] und [104] diskutiert. Weitere Untersuchungen zur signalangepaßten Filterung finden sich in [41], [70], [98].

Für den zweiten Sonderfall der ML-Schätzung aus (4.43) läßt sich in der gleichen Art und Weise eine Näherung mit

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{A}(uT_S)\mathbf{E}^*(\nu)\mathbf{r}\|^2 \\ & \approx \sum_{l=0}^{L-1} \left| \sum_{k=0}^{K-1} r((k+u+l)T_S) a_{l,k} e^{-j2\pi vkT_S/(QT_C)} \right|^2 \end{aligned} \quad (4.49)$$

angeben. Der wesentliche Unterschied zu (4.45) besteht darin, daß L Filter mit den Koeffizientensätzen \mathbf{a}_l anstatt eines angepaßten Filters mit nachfolgender Summation über L Werte zur Implementierung erforderlich sind.

4.2.2 Signalangepaßte Filterung für $\nu_{\max} \ll 1/T_C$

Für $\nu_{\max} \ll 1/T_C$ läßt sich durch die Näherung

$$g(uT_S)W^{-\nu u} = g(uT_S)e^{j2\pi \nu u T_S/(QT_C)} \approx g(uT_S) \quad (4.50)$$

der Ansatz der angepaßten Filterung weiter vereinfachen. Mit (4.50) folgt

$$\begin{aligned} x_S(uT_S)W^{-\nu u} &= (b_S(uT_S) * g(uT_S)) W^{-\nu u} \\ &= b_S(uT_S)W^{-\nu u} * g(uT_S)W^{-\nu u} \\ &\approx b_S(uT_S)W^{-\nu u} * g(uT_S), \end{aligned} \quad (4.51)$$

so daß sich für die letzte Zeile in (4.48) schreiben läßt

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^{L-1} \left| \frac{1}{T_S} r_{TP}((u+l)T_S) * \left(x_S^*(-(u+l)T_S)W^{-\nu(u+l)} \right) \right|^2 \\ & \stackrel{\nu_{\max} \ll 1/T_C}{\approx} \sum_{l=0}^{L-1} \left| \frac{1}{T_S} r_{TP}((u+l)T_S) * g^*(-(u+l)T_S) * \right. \\ & \quad \left. b^*(-(u+l)T_S)W^{-\nu(u+l)} \right|^2. \end{aligned} \quad (4.52)$$

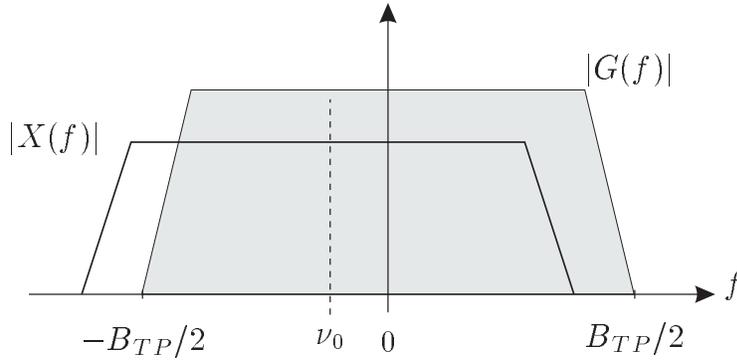


Abb. 4.7 Auswirkung einer Frequenzverschiebung ν_0

Das Empfangssignal ist mit (4.52) zunächst einer an die Impulsformung angepaßten Filterung zu unterziehen. Diese erste Filterung wird jedoch nur für die Frequenzverschiebung $\nu = 0$ ausgewertet. Daher ist ein solcher Ansatz nur für geringe Frequenzverschiebungen sinnvoll, da sonst zuviel Signalenergie verloren geht. Abb. 4.7 zeigt diesen Zusammenhang im Frequenzbereich anhand der frequenzverschobenen spektralen Leistungsdichte des gesendeten Signals $X(f)$ im Vergleich zum Frequenzgang des auf die Impulsform angepaßten Filters $G(f)$. Nach der Filterung mit $g^*(-t)$ erfolgt eine an die Codefolge angepaßte Filterung, die für unterschiedliche Frequenzverschiebungen ausgewertet wird. Der untere Zweig in Abb. 4.8 veranschaulicht diese zweifache Filterung im Vergleich zu dem Ansatz aus (4.48).

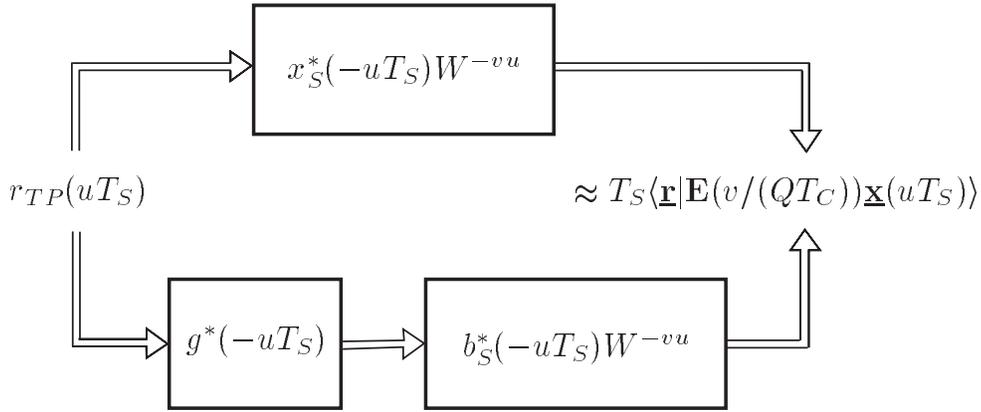


Abb. 4.8 Vergleich von (4.48) und (4.52)

Der Vorteil der Näherung aus (4.52) für $\nu_{\max} \ll 1/T_C$ besteht in der Komplexität der notwendigen Multiplikationen. Die erste Filterung kann ge-

gebenenfalls analog erfolgen. Da die zweite auf die Codefolge angepaßt ist und im allgemeinen binäre Spreizcodes Verwendung finden, sind nur Multiplikationen mit ± 1 zu berechnen. Ferner reduziert sich die Anzahl der Multiplikationen einer auf b_n , $n = 0, \dots, N - 1$, angepaßten Filterung im Vergleich zu einer auf $x_S(t)$ angepaßten um den Faktor T_C/T_S - ohne den Aufwand der vorausgehenden auf die Impulsform angepaßten Filterung zu berücksichtigen. Der Energieverlust, der durch die Näherung aus (4.50) entsteht, wächst linear mit ν_{\max} . Für $\nu_{\max}/B = \nu_{\max} \cdot T_C = 0,1$ folgt beispielsweise bei bandbegrenzter Impulsformung am Ausgang des an die Impulsform angepaßten Filters ein maximaler Signalenergieverlust von 10 Prozent für $\nu_0 = \nu_{\max}$.

4.3 Schätzung der Zeitverschiebung

Ziel dieses Abschnitts ist es, Möglichkeiten zum separaten Schätzen von Zeit- und Frequenzverschiebung zu untersuchen. Dies kann, je nach Verfahren, zu einem deutlich geringeren Aufwand der Schätzung bei gleichzeitig längerer Akquisitionszeit führen.

Der einfachste Zeitverschiebungsschätzer ergibt sich, wenn in Abb. 4.6 der DFT-Block durch eine Summation ersetzt wird. Dieses Vorgehen ist äquivalent zu einer Auswertung von (4.48) für $\nu = 0$. Nachteilig hierbei ist, daß die Güte der Zeitverschiebungsschätzung mit zunehmender Frequenzverschiebung des Kanals ν_0 abnimmt [32], [98]. Das Maximum am Ausgang des angepaßten Filters, das die korrekte Schätzung bezeichnet, ergibt sich für $\tau = uT_S = 0$. Gilt ferner $|b_n| = 1$, $n \in \mathbf{Z}$, und $z(t) = 0 \forall t \in \mathbf{R}$, folgt aus (4.48) für dieses Maximum im Fall des nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanals

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{T_S} r(uT_S) * x_S^*(-uT_S) \Big|_{u=0} &= \frac{1}{T_S} r(0) * g^*(0) * b_S^*(0) & (4.53) \\
 &= \frac{1}{T_S} \sum_{n=0}^{S-1} h_0 e^{j2\pi\nu_0 n T_C} \\
 &= \frac{h_0}{T_S} e^{j\pi\nu_0(S-1)T_C} \frac{\sin(\pi\nu_0 S T_C)}{\sin(\pi\nu_0 T_C)} \\
 &\stackrel{\nu_0 \ll 1/T_C}{\approx} \frac{h_0}{T_S} e^{j\pi\nu_0(S-1)T_C} \frac{\sin(\pi\nu_0 S T_C)}{\pi\nu_0 T_C}.
 \end{aligned}$$

Mit (4.53) nimmt der Maximalwert, der die korrekte Schätzung bezeichnet, für wachsendes ν_0 ab. Somit erhöht sich der Einfluß der Störung, da diese von ν_0 unabhängig ist.

Wie die Summationslänge S für ein gegebenes ν_0 geeignet zu wählen ist, ergibt sich aus folgender Überlegung [98]. Für $z(t) \neq 0$ ist am Ausgang des angepaßten Filters für $u = 0$ neben der Signalkomponente aus (4.53) gemäß (2.51) eine additive Rauschkomponente mit der Varianz SN_0/T_S^2 zu berücksichtigen. Somit lautet das Signal zu Rauschverhältnis

$$\text{SNR} = \frac{|h_0|^2 \left(\frac{\sin(\pi\nu_0 ST_C)}{\pi\nu_0 T_C} \right)^2}{SN_0}. \quad (4.54)$$

Gesucht ist der Wert für S , der (4.54) für gegebenes ν_0 maximiert. Das heißt, es ist die Gleichung

$$\frac{\partial}{\partial S} \text{SNR} = 0 \quad (4.55)$$

zu lösen. Einsetzen von (4.54) in (4.55) führt auf

$$\frac{\partial}{\partial S} \frac{\sin^2(\pi\nu_0 ST_C)}{S} = 0. \quad (4.56)$$

Die Auswertung von (4.56) ergibt die Gleichung

$$2\pi\nu_0 T_C S = \tan\left(\frac{2\pi\nu_0 T_C S}{2}\right), \quad (4.57)$$

deren numerisch bestimmte Lösung [64, S.372]

$$2\pi\nu_0 T_C S \approx 2,33 \quad (4.58)$$

ist. Für gegebenes $\nu_0 = \nu_{\max}$ sollte somit S den Wert

$$S_{\max} = \left\lfloor \frac{2,33}{2\pi\nu_{\max} T_C} \right\rfloor \quad (4.59)$$

nicht überschreiten.

Ist der durch S_{\max} erzielbare Korrelationsgewinn nicht groß genug, ergibt

sich eine geeignete Methode zur Schätzung der Zeitverschiebung durch die Summation der Betragsquadrate mehrerer Summationen der Länge S_{\max} . Abb. 4.9 zeigt eine entsprechende Anordnung basierend auf der angepaßten Filterung für eine Summation über die Betragsquadrate von vier Summationsperioden der Länge S_{\max} . Die Filter $x_i(kT_S)$, $i = 1, \dots, 4$, sind jeweils auf aufeinanderfolgende Abschnitte der Länge $S_{\max}T_C$ des gesendeten Signals angepaßt.

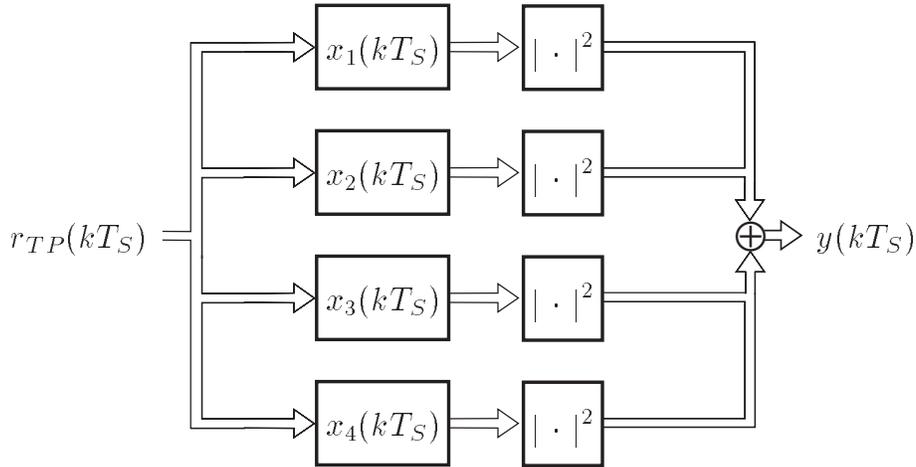


Abb. 4.9 Summation über die Beträge von vier Summationsperioden

Eine weitere in [10] beschriebene Methode besteht darin, die Dopplerverschiebung im Empfangssignal mittels einer differentiellen Vorverarbeitung zu beseitigen. Abb. 4.10 zeigt den Ansatz aus [10] in auf komplexwertige Signale erweiterter Form. Nach der Abtastung wird das Empfangssignal zunächst einer auf die Impulsformung angepaßten Filterung oder einer der maximal zulässigen Frequenzverschiebung angepaßten Tiefpaßfilterung unterzogen. Die anschließende multiplikative Überlagerung des Filterausgangssignals mit einer um T_C verzögerten und konjugiert komplexen Kopie dieses Signals kompensiert eine konstante Frequenzverschiebung. Im rauschfreien Fall gilt mit $T_S = T_C$ beispielsweise für kleines ν_0 und bandbegrenzte Impulsformung

$$r_{TP}(nT_C) * g(nT_C) \approx b_n e^{j2\pi\nu_0 nT_C}, \quad (4.60)$$

so daß

$$b_n e^{j2\pi\nu_0 nT_C} b_{n-1}^* e^{-j2\pi\nu_0 (n-1)T_C} = b_n b_{n-1}^* e^{j2\pi\nu_0 T_C} \quad (4.61)$$

folgt. Das Signal aus (4.61) weist nurmehr eine von n unabhängige Phasen-

drehung auf.

Im Anschluß an die differentielle Verarbeitung des Empfangssignals erfolgt eine an die Codefolge

$$a_n = b_n b_{n-1}^*, \quad n = 0, \dots, N - 1, \quad (4.62)$$

angepaßte Filterung (MF) mit nachfolgender Betragsquadratbildung zur Beseitigung des Phaseinflusses. Maximalfolgen als Spreizcodes sind für solch ein Akquisitionsverfahren von besonderem Interesse, da aufgrund der shift and add Eigenschaft [62, S.44] durch die differentielle Vorverarbeitung die gleiche, allerdings phasenverschobene, Maximalfolge entsteht.

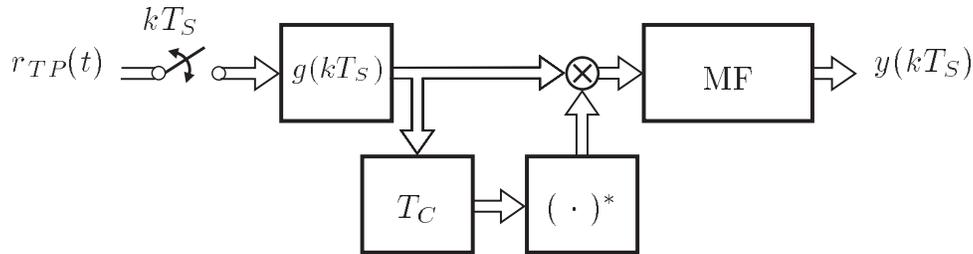


Abb. 4.10 Differentielle Akquisition der Zeitverschiebung

4.4 Schätzung der Frequenzverschiebung

Die Verfahren zur Schätzung der Frequenzverschiebung, die ohne ein Vorwissen über die Zeitverschiebung auskommen, beruhen auf dem Ansatz, daß das gespreizte, mit Daten modulierte Signal nur eine endliche Anzahl M an Phasenzuständen aufweist. Streng genommen ist diese Voraussetzung nur für ideal zeitbegrenzte Impulsformung erfüllt.

Zur Vereinfachung der weiteren Betrachtungen wird die Bandbreite des Empfangsfilters als so groß angenommen, daß die Signalkomponente des Empfangsprozesses $R(t)$ ungestört passieren kann. Somit folgt für den nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanal

$$\begin{aligned} R_{TP}(t) &= h_0 X(\underline{\mathbf{D}}, t) e^{j2\pi\nu_0 t} * g_{TP}(t) + Z(t) * g_{TP}(t) \\ &\approx h_0 X(\underline{\mathbf{D}}, t) e^{j2\pi\nu_0 t} + Z_{TP}(t), \end{aligned} \quad (4.63)$$

wobei h_0 und ν_0 als nicht zufällige Parameter zu betrachten sind. Für den

Mittelwert von $R_{TP}(t)$ gilt

$$\mathbb{E}\{R_{TP}(t)\} = \mathbb{E}\{h_0 X(\underline{\mathbf{D}}, t)e^{j2\pi\nu_0 t} + Z_{TP}(t)\} = 0. \quad (4.64)$$

Für die M -te Potenz, M sei die Anzahl der Phasenzustände des ungestörten Sendesignals, von $R_{TP}(t)$ folgt mit

$$\mathbb{E}\{R_{TP}^m(t)\} = 0, \quad m = 1, \dots, M, \quad (4.65)$$

wenn Störung und Signal unkorreliert sind,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{R_{TP}^M(t)\} &= \mathbb{E}\left\{(h_0 X(\underline{\mathbf{D}}, t)e^{j2\pi\nu_0 t} + Z_{TP}(t))^M\right\} \\ &= h_0^M \mathbb{E}\{X^M(\underline{\mathbf{D}}, t)\} e^{j2\pi M\nu_0 t}. \end{aligned} \quad (4.66)$$

Es sei angemerkt, daß eine stochastische Modellierung des Parameters h_0 auf den Mittelwert Null führen kann [31]. Der Mittelwert Null folgt, wenn H_0 als mittelwertfreie und zur Signal- und Rauschkomponente unkorrelierte Zufallsvariable angenommen wird.

Für ein rauschfreies Empfangssignal ($Z(t) = 0$) folgt die Autokorrelationsfunktion des mit M potenzierten Empfangsprozesses zu

$$\begin{aligned} \varphi_{R_{TP}^M R_{TP}^M}(t_1, t_2) &= \\ &|h_0|^{2M} \mathbb{E}\{X^M(\underline{\mathbf{D}}, t_1)X^{M*}(\underline{\mathbf{D}}, t_2)\} e^{j2\pi M\nu_0(t_1-t_2)}. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Von der vereinfachenden Annahme ausgehend, daß $X^M(\underline{\mathbf{D}}, t)$ schwach stationär ist, so daß

$$\mathbb{E}\{X^M(\underline{\mathbf{D}}, t)\} = \text{konst} \neq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R} \quad (4.68)$$

und

$$\mathbb{E}\{X^M(\underline{\mathbf{D}}, t_1)X^{M*}(\underline{\mathbf{D}}, t_2)\} = \varphi_{X^M X^M}(\tau) \quad (4.69)$$

gilt, lassen sich aus

$$\arg \mathbb{E}\{R_{TP}^M(t)\} = M \arg h_0 + 2\pi M\nu_0 t \quad (4.70)$$

und

$$\arg \varphi_{R_{TP}^M R_{TP}^M}(\tau) = 2\pi M \nu_0 \tau \quad (4.71)$$

Frequenzverschiebungsschätzer konstruieren. Die Phasen- und Frequenzschätzung sind somit in erster Linie Schätzungen der Momente eines Zufallsprozesses [31]. Schätzer basierend auf (4.70) finden sich in [3], [19] und [27]. Ansätze, die auf (4.71) beruhen, werden beispielsweise in [28], [54, S.419ff] und [85] diskutiert.

4.4.1 Schätzung der Phase

Das Prinzip der Phasenschätzung ist in Abb. 4.11 dargestellt [19], [95]. An das Bilden der M -ten Potenz des Empfangsprozesses schließt sich ein gleitendes Mittelwertfilter (MA) an, das den empirischen Mittelwert bestimmt. Anschließend erfolgt die Berechnung des Argumentes und eine Division durch M . Als Ergebnis resultiert eine Schätzung für die durch h_0 und ν_0 bewirkte Phasendrehung

$$\varphi(t) = \arg h_0 + 2\pi \nu_0 t. \quad (4.72)$$

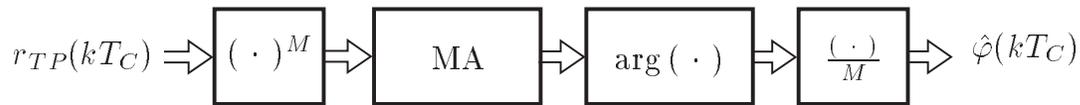


Abb. 4.11 Prinzip der Phasenschätzung

Diese Art der Phasenschätzung weist zwei inhärente Nachteile auf. Der erste besteht in der Division durch M , die eine Mehrdeutigkeit hinsichtlich der Phasendrehung erzeugt [3], [19]. Durch die Mehrdeutigkeit können Phasensprünge in der Größenordnung von $2\pi/M$ auftreten. Dieses Problem läßt sich durch Präambelsymbole oder mittels eines Pilotsignals beseitigen [27]. Der zweite Nachteil betrifft die Länge des gleitenden Mittelwertfilters (MA) in Abb. 4.11. Mit den Überlegungen in [19] und [64, S.372] folgt, daß die Varianz der Phasenschätzung für gegebenes ν_{\max} und großes SNR minimal wird, wenn für die Länge des gleitenden Mittelwertfilters gilt

$$S_{\max} = \left\lfloor \frac{2,33}{2\pi M \nu_{\max} T_C} \right\rfloor. \quad (4.73)$$

Aus (4.73) geht hervor, daß die maximale Summationslänge im Vergleich zu (4.59) zusätzlich durch den Faktor M verkürzt wird. Der durch die Summation erzielte Prozeßgewinn verringert sich daher deutlich und die Schätzfehlervarianz nimmt zu. Eine Akquisition der Frequenzverschiebung mittels des in Abb. 4.11 gezeigten Phasenschätzers ist demnach nur für kleines ν_{\max} sinnvoll.

4.4.2 ML-Schätzer der Frequenzverschiebung

Von den Frequenzverschiebungsschätzern sei an dieser Stelle nur der Maximum-Likelihood-Schätzer [28]

$$\hat{\nu}(\mathbf{r}) = \arg \max_{\nu \in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}]} \left| \sum_{k=0}^{S-1} r_{TP}^M(kT_C) e^{-j2\pi M\nu kT_C} \right|^2 \quad (4.74)$$

angegeben. Weitere Schätzer der Frequenzverschiebung, die auf einer Schätzung der Autokorrelationsfunktion aufbauen, finden sich in [28], [54, S.419ff] und [85].

4.5 Zusammenfassung

Als erstes wird der Maximum-Likelihood-Schätzer für den Fall des nichtfrequenzselektiven Mehrwegekanals hergeleitet. Die resultierende Struktur zur Bestimmung der Schätzwerte von Zeit- und Frequenzverschiebung erweist sich als grundlegend für alle weiteren Schätzer. In einem zweiten Schritt erfolgt die Erweiterung des Maximum-Likelihood-Schätzers auf den Fall des frequenzselektiven Mehrwegekanals. In zwei Sonderfällen ist es möglich, den für den frequenzselektiven Mehrwegekanal resultierenden Schätzer zu vereinfachen.

Es läßt sich zeigen, daß mittels der signalangepaßten Filterung die ML-Schätzung der Zeitverschiebung in geeigneter Weise angenähert wird. Aufbauend auf den zwei angegebenen Sonderfällen zur ML-Schätzung folgen mittels der angepassten Filterung im Hinblick auf eine Implementierung geeignete Ansätze zum Schätzen von Zeit- und Frequenzverschiebung.

Abschließend werden Methoden für das voneinander unabhängige Schätzen von Zeit- und Frequenzverschiebung diskutiert. Während die Ansätze zur alleinigen Schätzung der Frequenzverschiebung auf einer Vereinfachung des ML-Schätzers aufbauen, erfordert die alleinige Schätzung der Frequenz-

verschiebung zunächst die Bearbeitung des Empfangssignals mit einer Nicht-linearität und hat somit ein anderes Vorgehen zur Folge.

5 Akquisitionsverfahren

Der Schwerpunkt der Betrachtungen dieses Kapitels liegt auf der Analyse der Maximum-Likelihood-Anfangssynchronisation. Die Analyse eines solchen Verfahrens ist in der entsprechenden Literatur bislang nicht eingehend erfolgt. Als Kriterien für die Bewertung des Akquisitionsverhaltens werden die mittlere Akquisitionszeit und die Varianz der Akquisitionszeit verwendet. Basierend auf diesen beiden Größen erfolgt ein Vergleich der Maximum-Likelihood-Akquisition mit der konventionellen Schwellwertakquisition. Sowohl der AWGN-Kanal als auch der nicht-frequenzselektive Mehrwegekanal erlauben eine analytische Betrachtung. Bezüglich der analytischen Ergebnisse erfolgt stets eine simulative Verifikation.

Es wird ferner aufgezeigt, wie sich die Akquisition im Falle eines frequenzselektiven Mehrwegekanals mittels der in Kapitel 4 abgeleiteten Verfahren verbessern läßt. Des weiteren wird untersucht, inwieweit eine Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung unabhängig von der jeweils anderen Größe mittels der in 4.3 und 4.4 angegebenen Verfahren durchführbar ist. Den genannten Untersuchungen vorangestellt sind Ausführungen zur Ambiguity-Funktion, die für alle weiteren Betrachtungen von Bedeutung sind.

5.1 Ambiguity-Funktion

Wie in 4.2 gezeigt, ist die angepaßte Filterung für die Schätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung von großer Bedeutung. Für einen Kanal, der nur eine Zeit- und Frequenzverschiebung des Empfangssignals verursacht, ergibt sich am Ausgang eines angepaßten Filters im Idealfall stets der Wert Null, wenn das Empfangssignal und die Kopie des Sendesignals in Form der Koeffizienten des Filters nicht übereinstimmen. Bei Übereinstimmung folgt ein Wert ungleich Null. Die von [93] eingeführte Ambiguity-Funktion [89, S.279] beschreibt die Abweichung vom Idealfall in Form des Signalverlaufs am Ausgang des angepaßten Filters in Abhängigkeit von τ und ν . Eine Filterbank, die das Empfangssignal für alle Zeit- und Frequenzverschiebungen untersucht, berechnet daher die Ambiguity-Funktion. Die in Abb. 4.6 gezeigte Struktur stellt eine Näherung einer solchen Filterbank dar. Im Falle einer additiven Gaußschen Störung durch den Übertragungskanal beschreibt die

Ambiguity-Funktion den Signalanteil am Ausgang einer derartigen Filterbank.

Ihren Ursprung hat die Ambiguity-Funktion in der Radartechnik [62]. In der Radartechnik besteht stets das Bestreben, eine möglichst hohe zeitliche Auflösung zur Entfernungsmessung und eine möglichst hohe Auflösung der Frequenz zur Geschwindigkeitsmessung zu erzielen. Die Ambiguity-Funktion gibt die Unschärfe, die Ambiguität, eines Signals in Zeit und Frequenz an und erlaubt daher eine Bewertung, ob eine Signalform für eine Radaranwendung geeignet ist. DSSS-Systeme weisen, wenn auch mit anderer Zielrichtung, das gleiche Funktionsprinzip wie Pulskompressionsradare auf. Der Begriff der Ambiguity-Funktion ist nur mit nicht mit Daten modulierten Signalen verknüpft. Für die Ambiguity-Funktion läßt sich mit [62], [98] und den Signalmodellen aus (2.6) und (2.11) schreiben

$$A(\tau, \nu) = x(\tau) * (x_S^*(-\tau)e^{j2\pi\nu\tau}). \quad (5.1)$$

Durch Umformen von (5.1) folgt mit (2.5) und (2.9)

$$\begin{aligned} A(\tau, \nu) &= g(\tau) * b(\tau) * ((g^*(-\tau) * b_S^*(-\tau)) e^{j2\pi\nu\tau}) \\ &= g(\tau) * (g^*(-\tau)e^{j2\pi\nu\tau}) * b(\tau) * (b_S^*(-\tau)e^{j2\pi\nu\tau}) \\ &= A_{gg}(\tau, \nu) * A_{b_S b}(\tau, \nu). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Wie aus (5.2) zu ersehen ist, läßt sich die Ambiguity-Funktion als Faltung zweier Ambiguity-Funktionen $A_{gg}(\tau, \nu)$ und $A_{b_S b}(\tau, \nu)$ bezüglich der Zeitverschiebung τ darstellen. Die Funktion $A_{gg}(\tau, \nu)$ beschreibt die Zeit- und Frequenzunschärfe der Impulsformung und $A_{b_S b}(\tau, \nu)$ die des Spreizcodes.

$A_{gg}(\tau, \nu)$ läßt sich sowohl für band- als auch zeitbegrenzte Impulsformung analytisch berechnen. Aus der Beziehung

$$\begin{aligned} A_{gg}(\tau, \nu) &= \int_{-\infty}^{\infty} g^*(t)g(t + \tau)e^{-j2\pi\nu t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} G^*(f)G(f + \nu)e^{j2\pi\tau(f + \nu)} df \end{aligned} \quad (5.3)$$

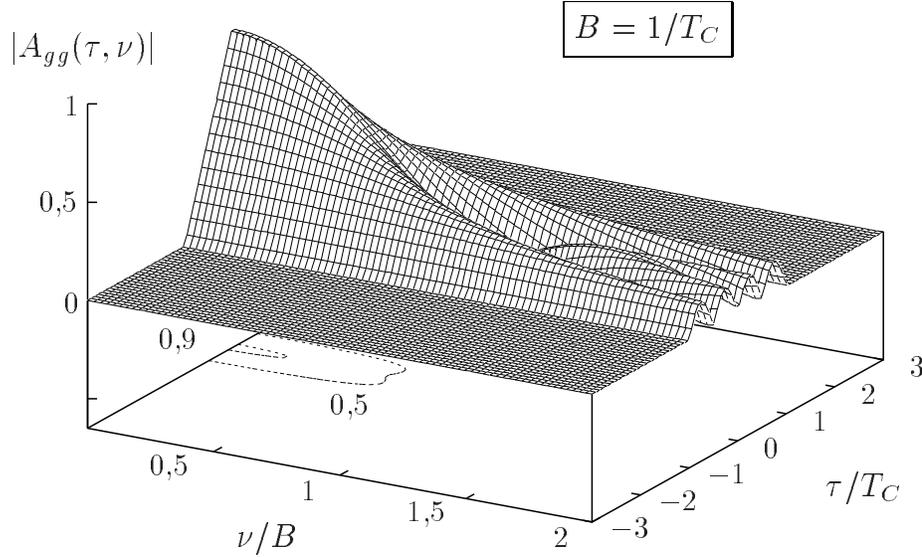


Abb. 5.1 $|A_{gg}(\tau, \nu)|$ für ideal zeitbegrenzte Impulsformung gemäß (5.4)

folgt für zeitbegrenzte Impulsformung mit (2.1)

$$A_{gg}(\tau, \nu) = \frac{e^{j\pi\nu\tau}}{\pi\nu T_C} \sin(\pi\nu(T_C - |\tau|)) \cdot \text{rect}\left(\frac{\tau}{2T_C}\right) \quad (5.4)$$

und für bandbegrenzte Impulsformung mit (2.2)

$$A_{gg}(\tau, \nu) = \frac{e^{j\pi\nu\tau}}{\pi\tau B} \sin(\pi\tau(B - |\nu|)) \cdot \text{rect}\left(\frac{\nu}{2B}\right). \quad (5.5)$$

Abb. 5.1 zeigt den Betrag von $A_{gg}(\tau, \nu)$ für zeitbegrenzte und Abb. 5.2 für bandbegrenzte Impulsformung. Zusätzlich sind jeweils die Projektionen der Höhenlinien für $|A_{gg}(\tau, \nu)| = 0,5$ und $|A_{gg}(\tau, \nu)| = 0,9$ eingezeichnet.

Da $b(t)$ und $b_S(t)$ Impulskämme sind (siehe (2.5) und (2.9)), ergeben sich für $A_{b_S b}(\tau, \nu)$ nur Werte ungleich Null für $\tau = uT_C$, $u \in \mathbf{Z}$. Für $A_{b_S b}(\tau, \nu)$

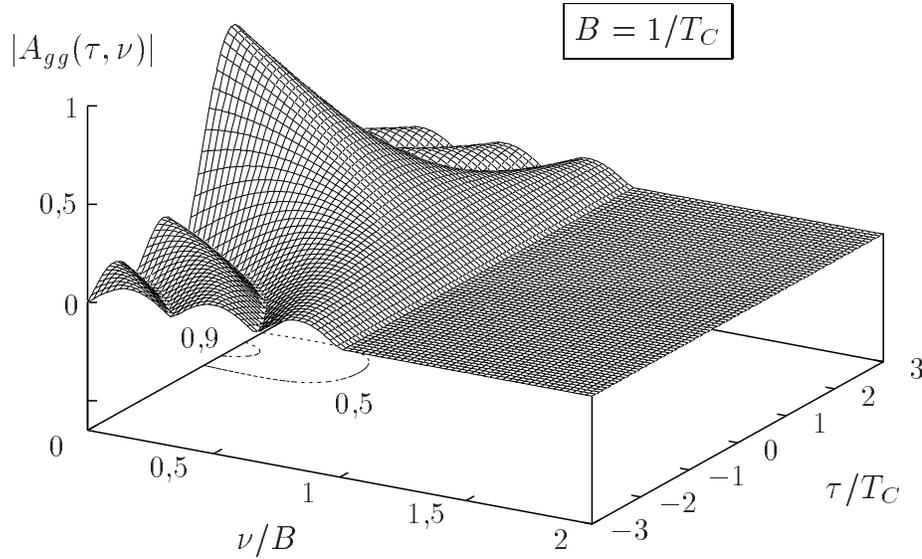


Abb. 5.2 $|A_{gg}(\tau, \nu)|$ für ideal bandbegrenzte Impulsformung gemäß (5.5)

gilt [62, S.171]

$$A_{b_s b}(\tau, \nu) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{S-1} b_n^* b_{n+u} e^{-j2\pi\nu n T_C} \delta(\tau - u T_C). \quad (5.6)$$

Da b_n , $n \in \mathbf{Z}$, periodisch mit der Periode N ist, ist (5.6) ebenfalls periodisch in τ mit der Periode $N T_C$. Es genügt daher, den Verlauf von (5.6) für $u \in \{0, \dots, N - 1\}$ zu betrachten. Hinsichtlich der Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung sind das betragsgrößte Nebenmaximum und das globale Maximum des Ausdrucks

$$\sum_{n=0}^{S-1} b_n^* b_{n+u} e^{-j2\pi\nu n T_C}$$

für $u \in \{0, \dots, N - 1\}$ von Bedeutung. Allgemein auswerten läßt sich dieser Term nur für $u = i \cdot N, i \in \mathbf{Z}$, wenn $|b_n| = \text{konst}$, $n = 0, \dots, N - 1$, gilt. Für

$|b_n| = 1$ folgt analog zu (4.53)

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{S-1} b_n^* b_n e^{-j2\pi\nu n T_C} &= e^{-j\pi\nu T_C(S-1)} \frac{\sin \pi\nu S T_C}{\sin \pi\nu T_C} \\ &\stackrel{\nu \ll 1/T_C}{\approx} e^{-j\pi\nu T_C(S-1)} \frac{\sin \pi\nu S T_C}{\pi\nu T_C}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Für $\nu = 0$ ergibt sich das globale Maximum. Für das betragsgrößte Nebenmaximum für $u \in \{1, \dots, N-1\}$ ist es möglich, eine obere Schranke anzugeben. Die Höhe des betragsgrößten Nebenmaximums ist für die Akquisition wichtig, da mit zunehmender Größe bei einer gestörten Übertragung die Wahrscheinlichkeit einer Verwechslung mit dem globalen Maximum zunimmt.

Mit der Schreibweise $a_{u,n} = b_n^* b_{n+u}$, $n = 0, \dots, S-1$, folgt

$$\sum_{n=0}^{S-1} b_n^* b_{n+u} e^{-j2\pi\nu n T_C} = \sum_{n=0}^{S-1} a_{u,n} e^{-j2\pi\nu n T_C}. \quad (5.8)$$

Die Funktion $\varphi_{a_u a_u}(m T_C)$ sei nun die aperiodische Autokorrelationsfunktion der Folge $a_{u,n}$, $n = 0, \dots, S-1$,

$$\varphi_{a_u a_u}(m T_C) = \sum_{n=0}^{S-1} a_{u,n} a_{u,n+m}^*. \quad (5.9)$$

Für das Betragsquadrat von (5.8) gilt für $u \in \{1, \dots, N-1\}$ mit (5.9) und [62, S.18, (2.15)]

$$\begin{aligned} \left| \sum_{n=0}^{S-1} a_{u,n} e^{-j2\pi\nu n T_C} \right|^2 &= \left| \sum_{m=-(S-1)}^{S-1} \varphi_{a_u a_u}(m T_C) e^{-j2\pi\nu m T_C} \right| \\ &\leq \sum_{m=-(S-1)}^{S-1} |\varphi_{a_u a_u}(m T_C)| \\ &= 2 \sum_{m=1}^{S-1} |\varphi_{a_u a_u}(m T_C)| + S. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Mit der Definition des Meritfaktors [46]

$$\text{MF}_u = \frac{\varphi_{a_u a_u}^2(0)}{2 \sum_{m=1}^{S-1} |\varphi_{a_u a_u}(mT_C)|^2} = \frac{S^2}{2 \sum_{m=1}^{S-1} |\varphi_{a_u a_u}(mT_C)|^2} \quad (5.11)$$

und der Schwarzschen Ungleichung [37, S.108] folgt (5.10) weiter zu

$$\begin{aligned} 2 \sum_{m=1}^{S-1} |\varphi_{a_u a_u}(mT_C)| + S &\leq 2\sqrt{S-1} \sqrt{\sum_{m=1}^{S-1} |\varphi_{a_u a_u}(mT_C)|^2} + S \\ &= S \left(\sqrt{\frac{2(S-1)}{\text{MF}_u}} + 1 \right), \end{aligned} \quad (5.12)$$

so daß sich für $u \in \{1, \dots, N-1\}$ schreiben läßt

$$\left| \sum_{n=0}^{S-1} a_{u,n} e^{-j2\pi\nu nT_C} \right| \leq \sqrt{S} \sqrt{1 + \sqrt{\frac{2(S-1)}{\text{MF}_u}}}. \quad (5.13)$$

Die Normierung von (5.13) auf das globale Maximum $A_{b_s b}(0, 0) = S$ ergibt

$$\frac{\left| \sum_{n=0}^{S-1} a_{u,n} e^{-j2\pi\nu nT_C} \right|}{A_{b_s b}(0, 0)} \leq \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{1 + \sqrt{\frac{2(S-1)}{\text{MF}_u}}}. \quad (5.14)$$

Aus (5.14) folgt nun, daß sich das betragsgrößte Nebenmaximum mit dem kleinsten Meritfaktor

$$\text{MF}_{\min} = \min_{u \in \{1, \dots, N-1\}} \text{MF}_u \quad (5.15)$$

eingrenzen läßt. Nachteilig ist, daß sich für jede Zeitverschiebung uT_C , $u = 1, \dots, N-1$, eine neue Sequenz $a_{u,n}$, $n = 0, \dots, S-1$, und damit ein neuer Meritfaktor ergibt. Eine geeignete Abschätzung des betragsgrößten Nebenmaximums ergibt sich, wenn MF_u einen konstanten Wert annimmt. Soweit nicht anders vermerkt, wird für die weitere Betrachtung von (5.14) davon ausgegangen, daß die Summationslänge S gleich der Länge N der verwend-

ten Spreizfolge ist. Sehr gute Meritfaktoren endlicher bipolarer Folgen liegen bei 10 [62, S.117]. Für längere Sequenzen werden jedoch nurmehr kleinere Werte erreicht. Der asymptotisch beste Meritfaktor bipolarer Folgen geht für $N \rightarrow \infty$ gegen 6 [46]. Für beliebige Maximalfolgen beträgt der asymptotische Meritfaktor 3 [46]. Dies ist insofern von Bedeutung, da für eine Maximalfolge mit der shift and add Eigenschaft dieser Folgen [62, S.44] für $a_{u,n}, n = 0, \dots, S-1$, mit $S = N$ die gleiche jedoch verschobene Maximalfolge resultiert.

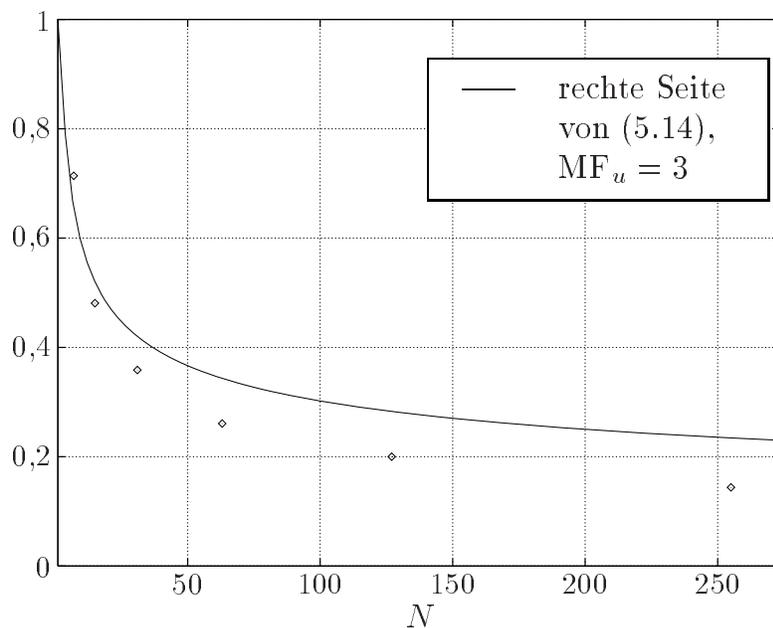


Abb. 5.3 Rechte Seite von (5.14) für $S = N$

Für größeres N ergibt sich mit $\text{MF}_u = 3$ eine geeignete Abschätzung für das betragsgrößte Nebenmaximum für $u \in \{1, \dots, N-1\}$, wenn Maximalfolgen Verwendung finden. Abb. 5.3 zeigt den Verlauf der rechten Seite von (5.14) für $\text{MF}_u = 3$. Die eingezeichneten Punkte sind die Beträge der größten Nebenmaxima für Maximalfolgen verschiedener Länge. Die zugehörigen Generatorpolynome lauten in oktaler Darstellung 7,13,23,45,103,211.¹ Aus Abb. 5.3 folgt, daß (5.14) die Größenordnung des betragsgrößten Nebenmaximums für kleine und mittlere N und $u \in \{1, \dots, N-1\}$ sehr gut wiedergibt. Während bei bipolaren Folgen je nach Folgentyp der Meritfaktor für wachsendes N gegen einen Grenzwert oder gegen Null geht [46], ist für komplexwertige Folgen eine Verbesserung des Meritfaktors proportional zu

¹45 entspricht beispielsweise in binärer Darstellung 100 101 und somit dem Generatorpolynom $g(x) = x^5 + x^2 + 1$

\sqrt{N} zu beobachten [62, S.132]. Für $N \rightarrow \infty$ wird das Verhältnis des betragsgrößten Nebenmaximums zum Hauptmaximum jedoch nicht Null, da mit (5.7) unabhängig von der Folge für $u = 0$ und $\pi\nu ST_C = 1,5\pi$ mindestens ein Verhältnis des betragsgrößten Nebenmaximums zum Hauptmaximum von $1/(1,5\pi) = 0,21$ folgt.

Entscheidend aus Sicht der Akquisition ist selbstverständlich, ob das entsprechend betragsgrößte Nebenmaximum im Bereich der Unsicherheitsregion liegt. Zudem ist zu berücksichtigen, daß Nebenmaxima, die bei höheren Frequenzverschiebungen liegen, nach (5.2) eine zusätzliche Dämpfung durch $A_{gg}(\tau, \nu)$ erfahren.

Ob ein Spreizcode hinsichtlich der Akquisition geeignet ist, ist somit durch den Verlauf der Ambiguity-Funktion im Bereich der Unsicherheitsregion bestimmt, für den

$$\begin{aligned}\nu &\in [-\nu_{\max}, \nu_{\max}], \\ \tau &\in [0, NT_C)\end{aligned}$$

gilt. Von Interesse ist in diesem Zusammenhang die Breite der Unsicherheitsregion in Frequenzverschiebungsrichtung, da hinsichtlich der Zeitverschiebung in DSSS-Systemen normalerweise keine Einschränkung erfolgen kann. Da die Breite in Frequenzverschiebungsrichtung vom System abhängt, ist keine allgemeine Aussage über die Eignung bestimmter Codes möglich.

Abschließend sei eine Näherung für die komplette Ambiguity-Funktion angegeben. Für großes S und einen geeignet gewählten Spreizcode folgt mit (5.7) und der Annahme, daß (5.8) für $u \neq iNT_C$, $i \in \mathbf{Z}$, stets näherungsweise Null ist,

$$A_{b_s b}(\tau, \nu) \approx \sum_{i=-\infty}^{\infty} e^{-j\pi\nu T_C(S-1)} \frac{\sin \pi\nu ST_C}{\sin \pi\nu T_C} \delta(\tau - iNT_C), \quad (5.16)$$

so daß für die gesamte Ambiguity-Funktion gilt

$$A(\tau, \nu) \approx \sum_{i=-\infty}^{\infty} e^{-j\pi\nu T_C(S-1)} \frac{\sin \pi\nu ST_C}{\sin \pi\nu T_C} A_{gg}(\tau - iNT_C, \nu). \quad (5.17)$$

Abb. 5.4 und Abb. 5.5 zeigen den Betrag der rechten Seite von (5.17) für zeitbegrenzte und bandbegrenzte Impulsformung, $S = 10$, $B = 1/T_C$ und $S \ll N$. Im Gegensatz zu der für ideal bandbegrenzte Impulsformung resultierenden Ambiguity-Funktion, die in Zeit- und Frequenzverschiebungsrichtung Nebenmaxima aufweist, besitzt die ideale Ambiguity-Funktion der

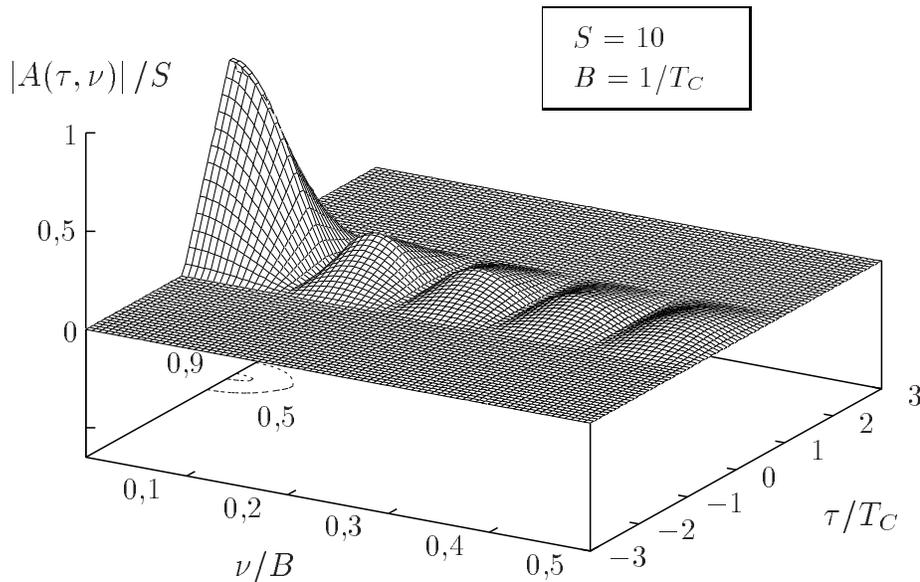


Abb. 5.4 $|A(\tau, \nu)|$ für ideal zeitbegrenzte Impulsformung gemäß (5.17)

zeitbegrenzten Impulsformung nur Nebenmaxima in Richtung der Frequenzverschiebung.

5.2 Prinzipielle Akquisitionsmethoden

Wie bereits in 3.4 ausgeführt, ist die Akquisition als beendet anzusehen, wenn im Augenblick des Umschaltens auf das Tracking die Anfangsschätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung im Regelbereich der Trackingregelung liegt. Unabhängig davon, ob Zeit- und Frequenzverschiebung getrennt oder gemeinsam geschätzt werden, lassen sich zwei prinzipielle Akquisitionsverfahren unterscheiden. Beide Verfahren beruhen auf einer Auswertung der Unsicherheitsregion in diskreten Schritten. Dies liegt, wie in 4.1.1 beschrieben, daran, daß sich kein expliziter Schätzer für τ und ν angeben läßt. Durch die Diskretisierung der Unsicherheitsregion wandelt sich die Schätzung in eine Detektion. Aus diesem Grund ist in Verbindung mit der Anfangssynchronisation von Detektionsverfahren und nicht von Schätzverfahren die Rede. Der Übergang zwischen Detektion und Schätzung ist jedoch fließend, da durch

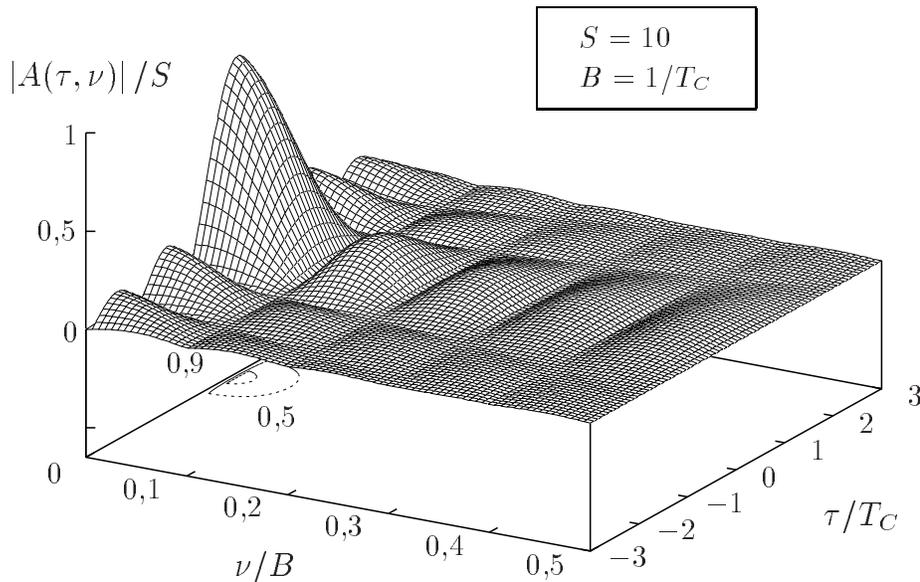


Abb. 5.5 $|A(\tau, \nu)|$ für ideal bandbegrenzte Impulsformung gemäß (5.17)

eine Verfeinerung der Auflösung der Unsicherheitsregion ein Schätzer von Zeit- und Frequenzverschiebung zunehmend genauer durch den entsprechenden Detektor angenähert wird.

Das klassische Akquisitionsverfahren, die Schwellwertdetektion [69], [80], beruht darauf, die Unsicherheitsregion solange schrittweise zu untersuchen, bis das Ergebnis dieser Untersuchung einen vorgegebenen Schwellwert überschreitet. Überschreitet kein Wert die Schwelle, beginnt die Suche von neuem. Die zweite Methode leitet sich direkt aus den Ansätzen zur ML-Schätzung aus 4.1 ab und wird daher als ML-Detektion bezeichnet. Das Prinzip besteht darin, nach einem schrittweisen Durchlauf durch die Unsicherheitsregion aus der Zeit- und Frequenzverschiebungskombination, die den größten Wert ergibt, die Startwerte für das Tracking zu bestimmen. Tab. 5.1 zeigt eine Gegenüberstellung der beiden Ansätze.

Nach der Detektion der Zeit- und Frequenzverschiebung ist das weitere Vorgehen für beide Methoden gleich. Sind Zeit- und Frequenzverschiebung hinreichend gut bestimmt, ist die Akquisition beendet. Ist sie falsch, benötigt die Erkennung dieser Tatsache eine gewisse Zeit. Ist die falsche Entscheidung

ML-Detektion	Schwellwertdetektion
Auswertung der gesamten Unsicherheitsregion und Auswahl des Maximums	Schrittweise Auswertung der Unsicherheitsregion; bei Überschreiten einer Schwelle erfolgt die Akquisitionsdetektion
Bei Falschalarm, erneuter Beginn der Akquisition; bei korrekter Detektion Übergang zum Tracking	
Abbruch, wenn nur Falschalarme auftreten	

Tab. 5.1 Gegenüberstellung der Akquisitionsverfahren

erkannt, erfolgt eine erneute Bestimmung der Anfangsschätzung. Ergibt sich innerhalb einer vorgegebenen Zeit keine korrekte Detektion, ist davon auszugehen, daß kein Empfang möglich ist und es erfolgt der Abbruch der Akquisition. Ob die Akquisition erfolgreich war, läßt sich daraus ersehen, ob sich das Signal tracken läßt oder nicht. Detektoren, die eine entsprechende Aussage ermöglichen, finden sich in [64, S.405ff]. Weitere Akquisitionsverfahren ergeben sich durch die Verwendung von Sequentialtests, wie beispielsweise die multiple dwell Verfahren [69], sollen hier aber nicht weiter betrachtet werden.

Das Untersuchen der Unsicherheitsregion erfolgt für die ML- und die Schwellwertdetektion anhand der in Kapitel 4 entwickelten Methoden. Alle Ansätze bauen auf der Auswertung von Innenprodukten der Form (siehe 4.1)

$$y = \langle \mathbf{r} | \mathbf{E}(\nu) \mathbf{x}(\tau + lT_S) \rangle \quad (5.18)$$

auf, deren Auswertung sich mittels angepaßter Filter geeignet implementieren läßt (siehe 4.2).

Da die Auswertung der Unsicherheitsregion für beide Detektoren in der gleichen Art und Weise erfolgt, ergeben sich hinsichtlich einer Implementierung nur geringfügige Unterschiede. Im Gegensatz zum Schwellwertdetektor, der mit nur einem lesbaren Speicher für den Schwellwert auskommt, benötigt der ML-Detektor zwei les- und beschreibbare Speicher. Diese zwei Speicher sind notwendig, um während eines Durchlaufs durch die Unsicherheitsregion ständig Position und Betrag der vorläufig betragsgrößten Auswertung festzuhalten.

Die Betrachtungen zur mittleren Akquisitionszeit lassen sich mit einer

Normierung der Innenprodukte aus (5.18) auf

$$\langle \underline{\mathbf{x}}(0) | \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle = \frac{1}{T_S} x(\tau) * x_S^*(-\tau) \Big|_{\tau=0} = S/T_S, \quad S = [KT_S/T_C], \quad (5.19)$$

deutlich kompakter darstellen (zur Berechnung von (5.19) siehe (3.5)). Für den im folgenden wichtigen Fall $\tau = \nu = l = 0$ gilt mit $\underline{\mathbf{r}} = \underline{\mathbf{x}}(0) + \underline{\mathbf{z}}$ und mit der Normierung aus (5.19) für (5.18)

$$\begin{aligned} y &= \frac{T_S}{S} \langle \underline{\mathbf{r}} | \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle \\ &= \frac{T_S}{S} \langle \underline{\mathbf{x}}(0) + \underline{\mathbf{z}} | \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle \\ &= 1 + \frac{T_S}{S} \langle \underline{\mathbf{r}} | \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Bei $T_S \langle \underline{\mathbf{z}} | \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle$ handelt es sich um eine mittelwertfreie komplexwertige Gaußsche Zufallsvariable mit der Varianz (vgl. (3.16))

$$\text{Var}\{T_S \langle \underline{\mathbf{z}} | \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle\} = SN_0. \quad (5.21)$$

Die Normierung auf S/T_S ergibt so eine Zufallsvariable mit der Varianz

$$\text{Var}\left\{ \frac{T_S}{S} \langle \underline{\mathbf{z}} | \underline{\mathbf{x}}(0) \rangle \right\} = \frac{N_0}{S} = \frac{1}{\text{SNR}}, \quad (5.22)$$

wobei SNR das Signal-zu-Rauschverhältnis aus (2.52) ist. Mit der Normierung geht der Parameter S in das Signal-zu-Rauschverhältnis ein, was zu einer Parameterreduktion und damit einfacheren Darstellung führt.

5.3 Allgemeine Berechnung der mittleren Akquisitionszeit

Wie in 3.3 gezeigt wurde, nimmt der Einfluß des Schätzfehlers der Anfangsschätzung auf das Trackingverhalten mit zunehmendem SNR rasch ab. Da der Anfangsschätzfehler einer Schätzung, die das Tracken des Signals ermöglicht, für die Bewertung eines Verfahrens von untergeordneter Bedeutung ist, verbleibt als Bewertungskriterium die mittlere Akquisitionszeit

$E\{T_{AKQ}\}$. Ein weiteres Bewertungskriterium ist die Varianz der Akquisitionszeit $\text{Var}\{T_{AKQ}\}$. Die Verwendung der Cramèr-Rao Grenze [64, S.55] ist nicht sinnvoll, da die Varianz der Anfangsschätzung von Zeit- und Frequenzverschiebung im Vergleich zur Schätzfehlervarianz während des Trackings deutlich größer ist, aber allenfalls während des Trackings die Cramèr-Rao Grenze erreicht wird. Daher ist die Cramèr-Rao Grenze vor allem ein Kriterium zur Bewertung von Trackingverfahren (vgl. hierzu [64, S.325]).

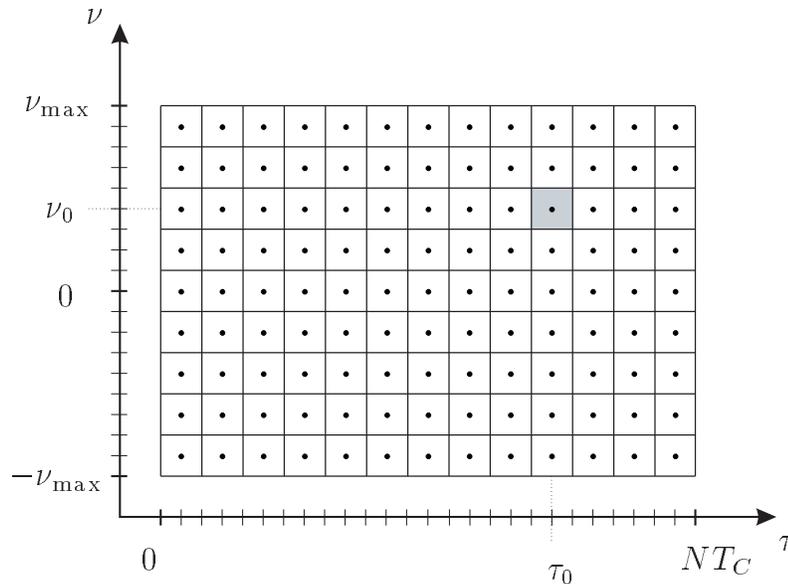


Abb. 5.6 Diskretisierte Unsicherheitsregion

$E\{T_{AKQ}\}$ und $\text{Var}\{T_{AKQ}\}$ hängen von der Detektionswahrscheinlichkeit und Falschalarmwahrscheinlichkeit, der Größe der Unsicherheitsregion und der Zeit, die zur Erkennung eines Detektionsfehlers notwendig ist, ab. Die theoretischen Betrachtungen zur Akquisitionszeit basieren auf zwei wesentlichen Voraussetzungen. Die erste besteht darin, daß die Unsicherheitsregion in diskreten Schritten ausgewertet wird, und die zweite, daß sämtliche Auswertungen voneinander stochastisch unabhängig sind. Die Diskretisierung der Unsicherheitsregion kommt einer Aufteilung der Unsicherheitsregion in Quadrate gleich. Der Mittelpunkt eines jeden Quadrates entspricht dem Punkt, an dem die Auswertung der Unsicherheitsregion erfolgt. Die Quadrate lassen sich unterteilen in solche, die einer zulässigen Schätzung entsprechen und solche, bei denen dies nicht der Fall ist. Abb. 5.6 zeigt ein Beispiel für nur ein zulässiges Quadrat.

5.3.1 Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeiten

Die Begriffe Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeit haben für den ML- und den Schwellwertdetektor unterschiedliche Bedeutungen. Im Fall des ML-Detektors geben diese beiden Größen an, mit welcher Wahrscheinlichkeit nach einem kompletten Durchgang durch die Unsicherheitsregion ein richtiges Quadrat beziehungsweise ein falsches ausgewählt wird.

Im Fall des Schwellwertdetektors beziehen sich diese beiden Größen auf die Auswertung eines Quadrates. Die Detektionswahrscheinlichkeit gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein richtiges Quadrat als solches erkannt wird. Die Falschalarmwahrscheinlichkeit gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit nach der Auswertung eines Quadrates, das nicht einer zulässigen Zeit- und Frequenzverschiebung entspricht, eine falsche Entscheidung getroffen wird. Um zwischen ML- und Schwellwertdetektor deutlich zu trennen, sind die Detektions- beziehungsweise Falschalarmwahrscheinlichkeiten des ML-Detektors mit P_D und P_F und die des Schwellwertdetektors mit $P_{D,\beta}$ und $P_{F,\beta}$ bezeichnet.

Wenn es nur ein zulässiges Quadrat gibt und $f_1(x)$ die Dichtefunktion ist, welche die Auswertung des korrekten Quadrates beschreibt, und $f_0(x)$ für ein nicht zulässiges Quadrat resultiert, dann folgt, stochastisch unabhängige Auswertungen der Quadrate vorausgesetzt, die Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors zu [40], [102]

$$P_D = \int_0^\infty f_1(x) \left(\int_0^x f_0(y) dy \right)^{C-1} dx, \quad (5.23)$$

wobei C die Anzahl aller Quadrate ist. Die unteren Integrationsgrenzen in (5.23) sind gleich Null, da gemäß 4.1 die Auswertung eines Quadrates stets mit der Bildung eines Betragsquadrates verbunden ist. (5.23) entspricht der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit bei nicht-kohärenter Demodulation orthogonaler Signale [73, S.311]. Die Falschalarmrate des ML-Detektors folgt zu $P_F = 1 - P_D$.

Die Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeit für den Schwellwertdetektor lauten [69, S.245]

$$P_{D,\beta} = \int_\beta^\infty f_1(x) dx \quad (5.24)$$

und

$$P_{F,\beta} = \int_{\beta}^{\infty} f_0(x) dx. \quad (5.25)$$

5.3.2 Mittlere Akquisitionszeit des ML-Detektors

Die mittlere Akquisitionszeit und die Varianz der Akquisitionszeit des ML-Detektors berechnen sich wie folgt. Benötigt der ML-Detektor i Durchläufe durch die aus C Quadraten bestehende Unsicherheitsregion, bis ein zulässiges Quadrat erkannt wird, so ist die Zeit

$$T_{AKQ_0} = i \cdot C \cdot \tau_d \quad (5.26)$$

zur Auswertung der Quadrate der Unsicherheitsregion bis zur korrekten Detektion erforderlich. τ_d ist die zur Auswertung eines Quadrates notwendige Zeitdauer. Bis zur Detektion im i ten Durchlauf durch die Unsicherheitsregion kommt es zu $i - 1$ Falschentscheidungen, deren Erkennung die Zeitdauer

$$T_{AKQ_1} = (i - 1) \cdot A \cdot \tau_d \quad (5.27)$$

in Anspruch nimmt. A gibt an, wieviele Intervalle der Länge τ_d die Erkennung einer Falschentscheidung erfordert. Die gesamte Akquisitionszeit T_{AKQ} ist gleich der Summe aus T_{AKQ_0} und T_{AKQ_1}

$$T_{AKQ} = T_{AKQ_0} + T_{AKQ_1} = (i \cdot C + (i - 1) A) \tau_d. \quad (5.28)$$

Da für den Maximum-Likelihood-Detektor $P_F = 1 - P_D$ gilt, folgt die Wahrscheinlichkeit einer korrekten Entscheidung im i ten Durchgang zu

$$P(i) = P_D P_F^{i-1} = P_D (1 - P_D)^{i-1}. \quad (5.29)$$

Die mittlere Akquisitionszeit ergibt sich mit (5.28) und (5.29) zu

$$\begin{aligned} E\{T_{AKQ}\} &= \sum_{i=1}^{\infty} T_{AKQ} P(i) = \sum_{i=1}^{\infty} (i \cdot C + (i - 1) A) \tau_d P_D (1 - P_D)^{i-1} \\ &= \frac{C + A(1 - P_D)}{P_D} \tau_d. \end{aligned} \quad (5.30)$$

In gleicher Weise läßt sich für die Varianz schreiben

$$\begin{aligned}
 \text{Var}\{T_{AKQ}\} &= \text{E}\{T_{AKQ}^2\} - (\text{E}\{T_{AKQ}\})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^{\infty} (C \cdot i + (i-1)A)^2 \tau_d^2 P_D (1-P_D)^{i-1} \\
 &\quad - \left(\frac{C + A(1-P_D)}{P_D} \right)^2 \tau_d^2 \\
 &= \frac{(C+A)^2 (1-P_D)}{P_D^2} \tau_d^2.
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Die Ergebnisse aus (5.30) und (5.31) ergeben sich mit den in [80, S.771f] angegebenen Beziehungen

$$\sum_{i=1}^{\infty} i P_D (1-P_D)^{i-1} = \frac{1}{P_D} \tag{5.32}$$

und

$$\sum_{i=1}^{\infty} i^2 P_D (1-P_D)^{i-1} = \frac{2}{P_D^2} - \frac{1}{P_D}. \tag{5.33}$$

Alternativ lassen sich (5.30) und (5.31) auch über die in Abb. 5.7 gezeigte absorbierende Markov-Kette (siehe Anhang A) bestimmen. s_0 ist der Ausgangszustand, s_1 entspricht einer Fehlentscheidung und s_2 ist der absorbierende Endzustand der gelungenen Detektion. Es ist jedoch zu beachten, daß den Zuständen s_0 und s_1 unterschiedliche Zeitdauern zugrunde liegen. Eine geeignete Berücksichtigung unterschiedlicher Zeitdauern in Verbindung mit Markov-Ketten findet sich in [69, S.257ff].

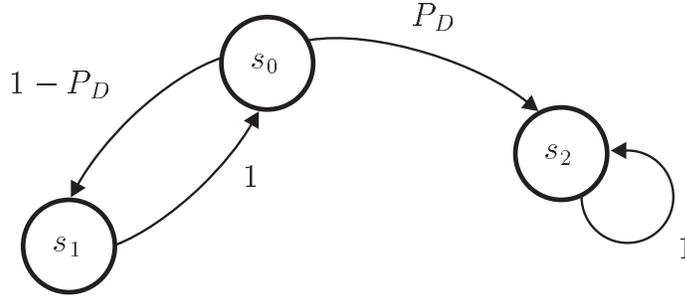


Abb. 5.7 Markov-Kette zur ML-Akquisition

5.3.3 Mittlere Akquisitionszeit des Schwellwertdetektors

Für die mittlere Akquisitionszeit $E\{T_{AKQ}\}$ und die Varianz der Akquisitionszeit $\text{Var}\{T_{AKQ}\}$ des Schwellwertdetektors gilt [69, S.227], [80]

$$E\{T_{AKQ}\} = \frac{2 + (2 - P_{D,\beta})(C - 1)(1 + AP_{F,\beta})}{2P_{D,\beta}} \tau_d \quad (5.34)$$

und [69, S.229]

$$\begin{aligned} \text{Var}\{T_{AKQ}\} = & \left(\frac{C^2 - 1}{12} - \frac{(C - 1)^2}{P_{D,\beta}} + \frac{(C - 1)^2}{P_{D,\beta}^2} \right. \\ & + \frac{1 - P_{D,\beta}}{P_{D,\beta}^2} (2C - 1 + 2(C - 1)AP_{F,\beta}) \\ & \left. + \frac{2 - P_{D,\beta}}{2P_{D,\beta}} (C - 1)A^2 (P_{F,\beta} - P_{F,\beta}^2) \right) \tau_d^2. \quad (5.35) \end{aligned}$$

Es sei angemerkt, daß in (5.34) und (5.35) die Zeitdauern, die zur Annahme beziehungsweise Ablehnung der Hypothesen “korrekte, bzw. nicht korrekte Zeit- und Frequenzverschiebung” notwendig sind, als gleich lang angesetzt sind. Dies entspricht dem einfachsten Fall eines Schwellwertdetektors und trifft insbesondere für Implementierungen mittels angepaßter Filter zu.

5.3.4 Asymptotisches Verhalten der mittleren Akquisitionszeiten

Für ein großes Signal-zu-Rauschverhältnis gilt für die Detektionswahrscheinlichkeiten $P_D = P_{D,\beta} = 1$ und für die Falschalarmwahrscheinlichkeiten $P_F = P_{F,\beta} = 0$, so daß aus (5.30) für den ML-Detektor

$$\lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \text{E}\{T_{AKQ}\} = C\tau_d \quad (5.36)$$

und aus (5.34) für den Schwellwertdetektor

$$\lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \text{E}\{T_{AKQ}\} = \frac{C+1}{2}\tau_d \quad (5.37)$$

folgt. Diese Ergebnisse sind sofort einsichtig. Da der ML-Detektor stets die gesamte Unsicherheitsregion untersucht, benötigt er mindestens die Zeit $C\tau_d$ zum Auffinden des richtigen Quadrates. Treten alle Zeitverschiebungen gleichwahrscheinlich auf, schneidet der Schwellwertdetektor günstiger ab, da er im Mittel bereits nach $(C+1)/2$ Schritten das zulässige Quadrat findet.

Ist das Signal-zu-Rauschverhältnis sehr klein, gilt für die Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors $P_D = 1/C$, da das Rauschen die Signalkomponente überdeckt und jede Zelle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit den größten Wert annimmt. Für die mittlere Akquisitionszeit folgt mit (5.30) für $C = A$ und $\text{SNR} = S/N_0$

$$\lim_{\text{SNR} \rightarrow 0} \text{E}\{T_{AKQ}\} = (2C^2 - C)\tau_d. \quad (5.38)$$

Die Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeiten des Schwellwertdetektors gehen für sehr kleines Signal-zu-Rauschverhältnis gegen eins, so daß für die mittlere Akquisitionszeit mit $C = A$ aus (5.34)

$$\lim_{\text{SNR} \rightarrow 0} \text{E}\{T_{AKQ}\} = \frac{C^2 + 1}{2}\tau_d \quad (5.39)$$

folgt.

In seinem asymptotischen Verhalten schneidet der Schwellwertdetektor sowohl für kleines als auch großes SNR besser ab. Ziel ist es nun, das nicht asymptotische Verhalten der mittleren Akquisitionszeit von ML- und Schwellwertdetektion für unterschiedliche Ausbreitungssituationen zu untersuchen und zu vergleichen.

5.4 Gemeinsame Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung

In diesem Abschnitt wird das Akquisitionsverhalten für die gemeinsame Akquisition untersucht, das heißt, die Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung erfolgt stets in Abhängigkeit voneinander. Das Gegenstück hierzu ist die getrennte Akquisition, die eine Bestimmung der einen Größe ohne Berücksichtigung der anderen zuläßt. Die Grundlage der gemeinsamen Akquisition bilden die in 4.1 und 4.2 abgeleiteten Verfahren für die Zeit- und Frequenzverschiebungsschätzung.

Ausgangspunkt der Betrachtungen sind die allgemeinen Ansätze zur Berechnung der mittleren Akquisitionszeit aus (5.30) und (5.34). Die für die Berechnung der Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeiten notwendigen Dichten $f_1(x)$ und $f_0(x)$ (siehe (5.23), (5.24) und (5.25)) ergeben sich aus der Art der Kanalmodellierung. Sowohl für den AWGN-Kanal als auch für den nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanal gelingt eine Berechnung der mittleren Akquisitionszeit. Der Fall des frequenzselektiven Mehrwegekanals läßt sich dagegen nur simulativ untersuchen.

5.4.1 AWGN-Kanal

Für $\underline{h} = h_0$ läßt sich der Übertragungskanal als AWGN-Kanal oder als nicht-frequenzselektiver Mehrwegekanal modellieren. Für den AWGN-Kanal gilt $|h_0| = 1$ und $\arg\{h_0\} = \varphi_0$, während für den frequenzselektiven Mehrwegekanal h_0 die Realisierung einer komplexwertigen Gaußschen Zufallsvariablen H_0 ist (vgl. 2.2.2).

Auswertung der Quadrate der Unsicherheitsregion

Den Überlegungen zur mittleren Akquisitionszeit in 5.3 lag die Voraussetzung zugrunde, daß die Auswertungen der einzelnen Quadrate der Unsicherheitsregion stochastisch unabhängig sind. Ausgehend von der in (5.17) angegebenen Näherung für die Ambiguity-Funktion - die Ambiguity-Funktion ist als Repräsentant der Signalkomponente am Ausgang eines angepaßten Filters zu betrachten - ist diese Voraussetzung für eine Diskretisierung der Unsicherheitsregion mit

$$\tau = uT_C, \quad u = 0, \dots, N - 1, \quad (5.40)$$

$$\nu = \frac{v}{ST_C}, \quad v = -v_{\max}, \dots, v_{\max}, \quad (5.41)$$

erfüllt, wenn die Laufzeit τ_0 und die Frequenzverschiebung ν_0 des Kanals ein Vielfaches von T_C beziehungsweise $1/(ST_C)$ betragen. Dieser Zusammenhang gilt sowohl für bandbegrenzte als auch für zeitbegrenzte Impulsformung. In diesem Fall entspricht genau ein Quadrat der Unsicherheitsregion einer korrekten Detektion, sofern für die Regelbereiche der Trackingregelung

$$\begin{aligned}\pm\gamma_{\max} &= \pm\frac{T_C}{2}, \\ \pm\vartheta_{\max} &= \pm\frac{1}{2ST_C}\end{aligned}\tag{5.42}$$

gilt.

Im störungsfreien Fall ergibt die Auswertung des korrekten Quadrates unter Berücksichtigung der in 5.2 eingeführten Normierung den Wert 1 (siehe Abb. 5.4 und Abb. 5.5), so daß für das Ergebnis der Auswertung im gestörten Fall folgt

$$\begin{aligned}y &= \frac{T_S^2}{S^2} |\langle \mathbf{r} | \mathbf{x}(0) \rangle|^2 \\ &= \left| 1 + \frac{T_S}{S} \langle \mathbf{z} | \mathbf{x}(0) \rangle \right|^2.\end{aligned}\tag{5.43}$$

Die Zufallsvariable $T_S/S \cdot \langle \mathbf{z} | \mathbf{x}(0) \rangle$ ist mit (5.22) durch eine mittelwertfreie Gaußverteilung mit der Varianz $N_0/S = 1/\text{SNR}$ charakterisiert, so daß $f_1(y)$ gleich einer nichtzentralen χ^2 -Dichte mit $2L = 2$ Freiheitsgraden (siehe Anhang C) mit $\mu_{\Sigma}^2 = 1$ ist

$$f_1(y) = \text{SNR} e^{-(y+1)\text{SNR}} I_0(2\sqrt{y} \text{SNR}), \quad y \geq 0.\tag{5.44}$$

Für alle anderen Quadrate gilt wegen der Voraussetzungen bezüglich τ_0 und ν_0 und der Auswertungsabstände im störungsfreien Fall für die Ambiguity-Funktion

$$A(uT_C, v/(ST_C)) = 0,\tag{5.45}$$

so daß die Auswertung im Falle einer Gaußschen Störung durch eine expo-

nentiell verteilte Zufallsvariable mit der Dichte

$$f_0(y) = \text{SNR} e^{-\text{SNR} y}, \quad y \geq 0, \quad (5.46)$$

beschrieben ist.

Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeiten

(5.44) und (5.46) erlauben mit (5.23), (5.24) und (5.25) die Bestimmung der Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeiten. Hierbei ist insbesondere die eingehende Untersuchung der Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors interessant. Nomogramme, welche die Detektions- und die Falschalarmwahrscheinlichkeit des Schwellwertdetektors in Abhängigkeit von der Schwelle angeben, finden sich beispielsweise in [69, S.246].

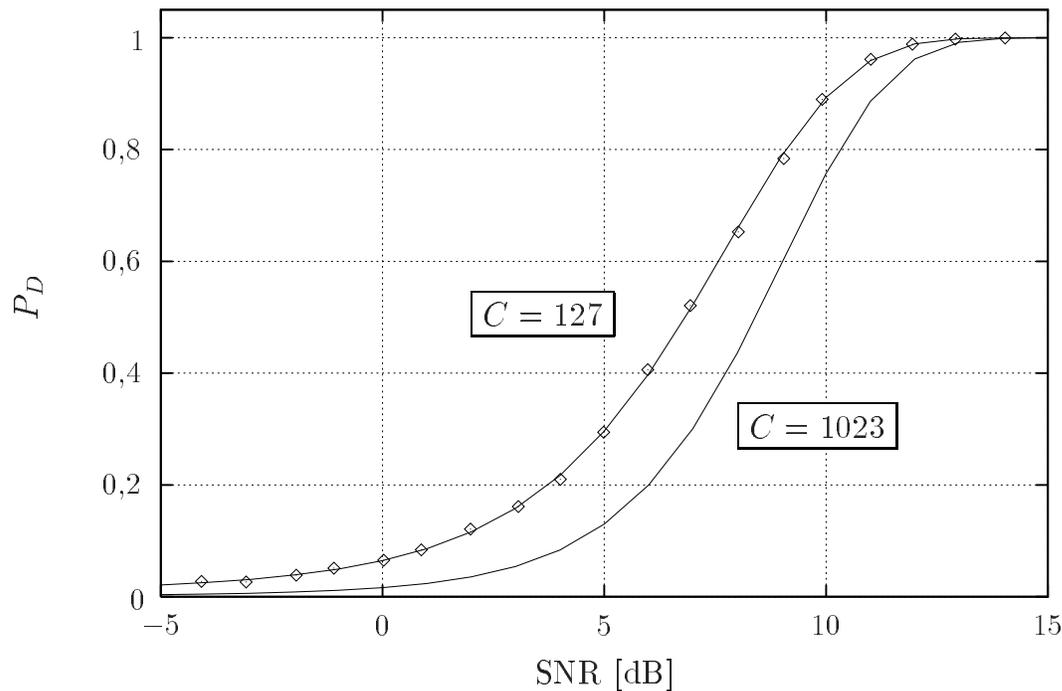


Abb. 5.8 Detektionswahrscheinlichkeit für $C = 127$ und $C = 1023$

Abb. 5.8 zeigt die Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors für $C = 127$ und $C = 1023$ aufgetragen über dem SNR aus (2.52). Die Kurve für $C = 127$ ist zusätzlich mit simulativ ermittelten Werten unterlegt. Zu diesen und allen weiteren Simulationsergebnissen sei angemerkt, daß sie alle auf dem Prinzip der angepaßten Filterung aus 4.2.1 aufbauen. Wie aus Abb. 5.8 zu ersehen ist, stimmen, wenn alle Voraussetzungen erfüllt sind,

die analytisch errechneten Detektionswahrscheinlichkeiten in hohem Maße mit den simulativen Ergebnissen überein. Des weiteren ist aus Abb. 5.8 zu entnehmen, daß sich die Detektionswahrscheinlichkeit mit wachsendem C für ein gegebenes SNR erwartungsgemäß verschlechtert. Soweit nicht anders vermerkt, gilt für die Simulationsergebnisse:

- $S = N$, das heißt, die Koeffizienten des angepaßten Filters entsprechen genau einer Codeperiode
- Spreizcode der Länge 127; Maximalfolge mit dem Generatorpolynom $g(x) = x^7 + x^6 + 1$
- die Ergebnisse sind stets Mittelwerte über eine Simulationsdauer von 10000 Codeperioden
- für das Signal-zu-Rauschverhältnis gilt $\text{SNR} = S/N_0$

Eine der wesentlichsten Voraussetzungen der Ergebnisse in Abb. 5.8 besteht darin, daß τ_0 und ν_0 nur bestimmte Werte annehmen dürfen. In einem realen System sind τ_0 und ν_0 keine diskreten Größen. Dies führt dazu, daß die Ambiguity-Funktion nicht mehr zwingend in ihrem Ursprung ausgewertet wird, das gesuchte Maximum am Ausgang des angepaßten Filters damit kleiner ist und sich die Detektionswahrscheinlichkeit entsprechend verschlechtert. Der ungünstigste Fall ist der, bei dem τ_0 und ν_0 durch einen der Eckpunkte eines Quadrates aus Abb. 5.6 gegeben sind. In diesem Fall verteilt sich die Signalkomponente auf mehr als nur ein Quadrat der Unsicherheitsregion.

Abb. 5.9 zeigt die anhand von Simulationen ermittelte Detektionswahrscheinlichkeit für die reine Zeitverschiebungsschätzung bei bekannter Frequenzverschiebung des Kanals ν_0 im ungünstigsten Fall, d.h. für die Zeitverschiebung des Kanals τ_0 gilt $\tau_0 \bmod T_C = 0,5T_C$. Verglichen mit der ebenfalls eingezeichneten Kurve für den günstigsten Fall ist eine deutliche Verschlechterung zu erkennen.

Durch eine feinere Auflösung der Unsicherheitsregion als mit (5.40) und (5.41) läßt sich der in Abb. 5.9 gezeigte Einbruch der Detektionswahrscheinlichkeit größtenteils kompensieren. Bei einer feineren Auflösung ist zu beachten, daß die Auswertungen der Quadrate in jedem Fall teilweise korreliert sind. Anhand von Simulationen läßt sich zeigen, daß es im günstigsten Fall, das heißt, τ_0 und ν_0 liegen genau im Mittelpunkt eines Quadrates, zu einer geringfügigen Verschlechterung der Detektionswahrscheinlichkeit kommt. Abb. 5.10 zeigt diesen Effekt für $N = 127$, ausschließliche Schätzung der Zeitverschiebung bei bekannter Frequenzverschiebung für bandbegrenzte

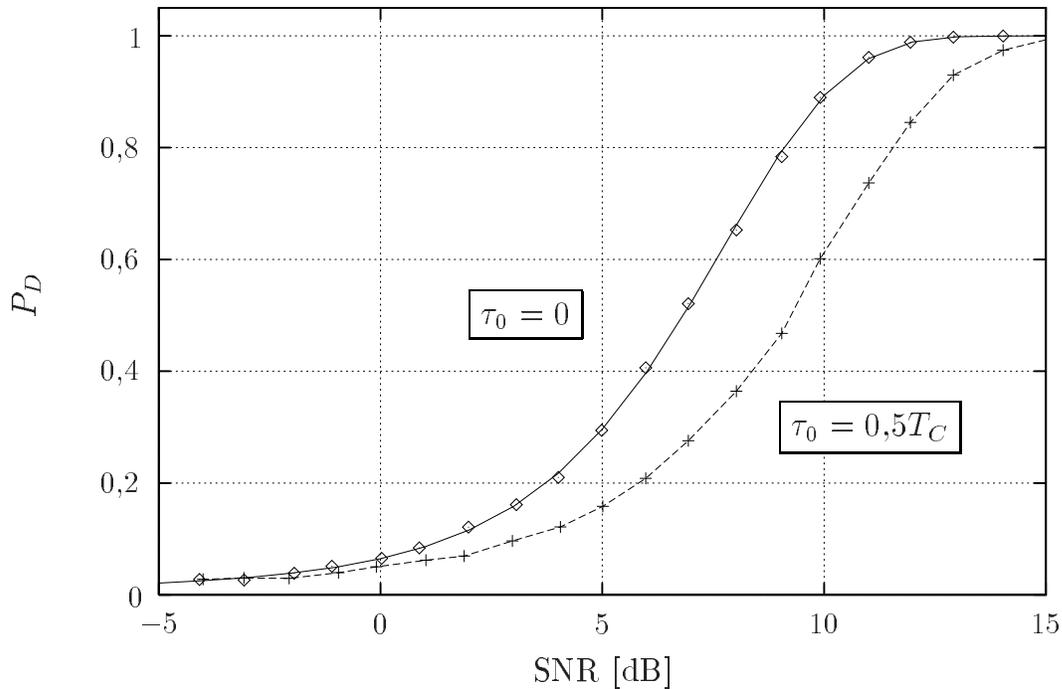


Abb. 5.9 P_D für $\nu_0 = 0$ und $\tau_0 = 0,5T_C$ ($C = 127$)

und zeitbegrenzte Impulsformung und einer Auflösung der Unsicherheitsregion in den Abständen

$$\tau = uT_C/4, \quad u = 0, \dots, 4N - 1. \quad (5.47)$$

Simulativ läßt sich zeigen, daß, wie auch aus Abb. 5.10 zu entnehmen ist, eine bandbegrenzte Impulsformung bei einer feineren Auflösung der Unsicherheitsregion bessere Detektionswahrscheinlichkeiten ergibt als die zeitbegrenzte. Des weiteren läßt sich anhand von Simulationen zeigen, daß ab einer Verfeinerung der Auflösung um den Faktor vier in Richtung der Zeit- und Frequenzverschiebung die Detektionswahrscheinlichkeit in guter Näherung unabhängig von den Werten ist, die τ_0 und ν_0 annehmen.

Abb. 5.11 zeigt die Detektionswahrscheinlichkeiten, die resultieren, wenn die gleichen Signale wie die zur Simulation der Ergebnisse aus Abb. 5.10 verwendeten mit einem BPSK-Datensignal im Codetakt moduliert werden. Im Falle der bandbegrenzten Impulsformung verschlechtert sich die Detektionswahrscheinlichkeit geringfügig. Für den Fall der zeitbegrenzten Impulsformung läßt sich kein Unterschied zu Abb. 5.10 feststellen.

Eine exakte Berechnung der Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors in Abhängigkeit der Auflösung der Unsicherheitsregion, des Spreizcodes

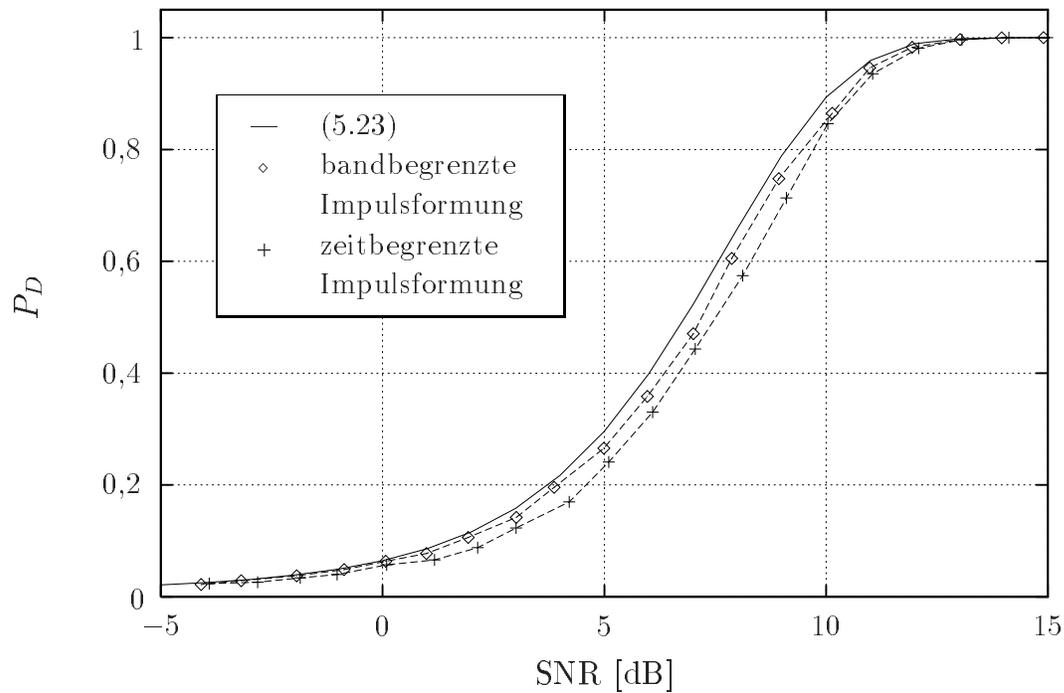


Abb. 5.10 P_D für $C = 127$ und $T_C/T_S = 4$

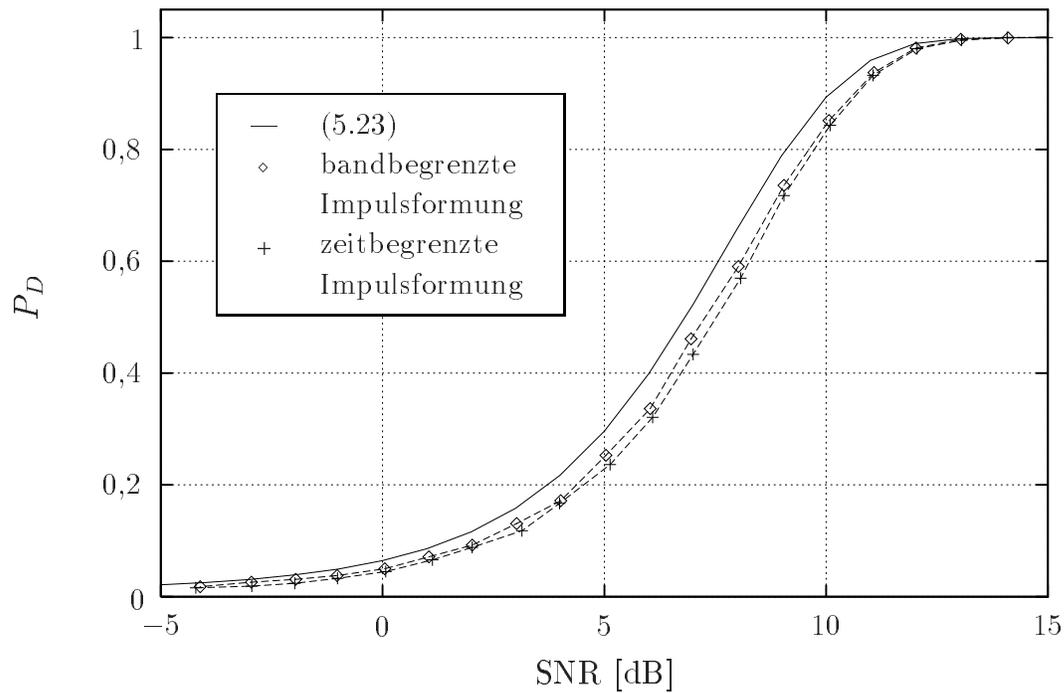


Abb. 5.11 P_D für $C = 127$, $T_C/T_S = 4$ und BPSK-Modulation

und des Einflusses der Datenmodulation ist nicht möglich. Es ist daher sinnvoll die Detektionswahrscheinlichkeit nach (5.23) zu verwenden und als obere Grenze zu betrachten.

Die Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeit des Schwellwertdetektors unterscheiden sich für eine verfeinerte Auflösung der Unsicherheitsregion ebenso von den theoretischen Werten, wie es für die Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors der Fall ist. Abb. 5.12 zeigt die theoretischen und die simulativ bei einer verfeinerten Auflösung der Unsicherheitsregion mit $T_C/T_S = 4$, $\beta = 0,95$ und bandbegrenzter Impulsformung ermittelte Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeit. Des weiteren sind die Simulationsergebnisse für $T_C/T_S = 1$ eingezeichnet. Sowohl die Detektions- als auch die Falschalarmwahrscheinlichkeit nehmen für $T_C/T_S = 4$ deutlich zu, während für $T_C/T_S = 1$ die Simulation sehr genau mit den theoretischen Werten übereinstimmt.

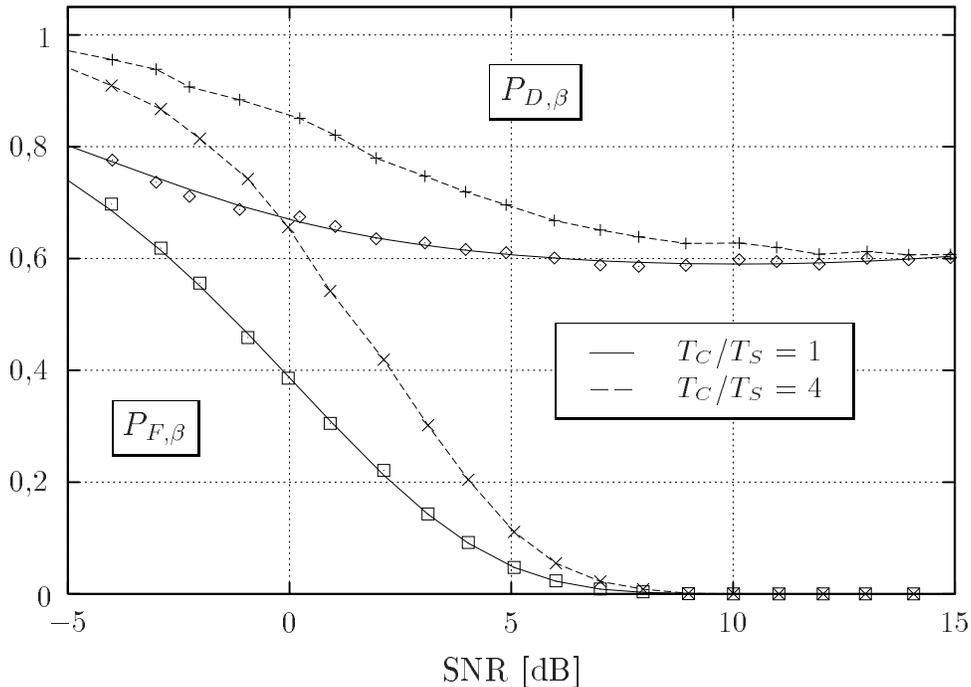


Abb. 5.12 $P_{D,\beta}$ und $P_{F,\beta}$ bei Schwellwertdetektion ($\beta = 0,95$)

Mittlere Akquisitionszeit

Abb. 5.13 zeigt die mittels (5.30) und (5.34) berechneten mittleren Akquisitionszeiten des ML-Detektors und des Schwellwertdetektors für $C = A = 127$ aufgetragen über dem SNR aus (2.52). Für den Schwellwertdetektor sind die

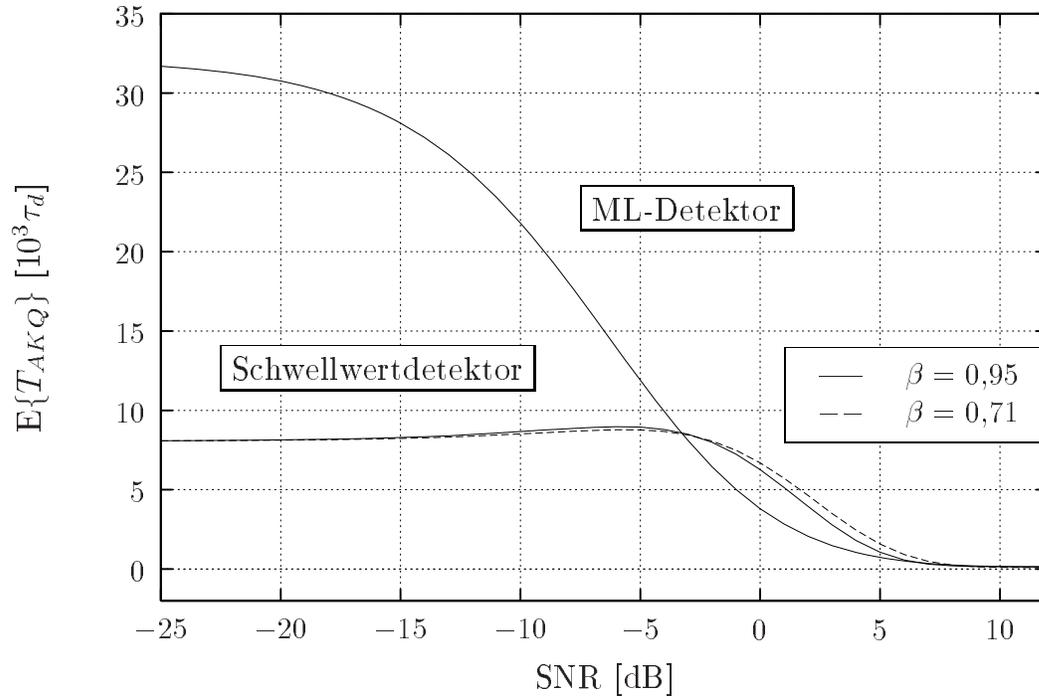


Abb. 5.13 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 127$

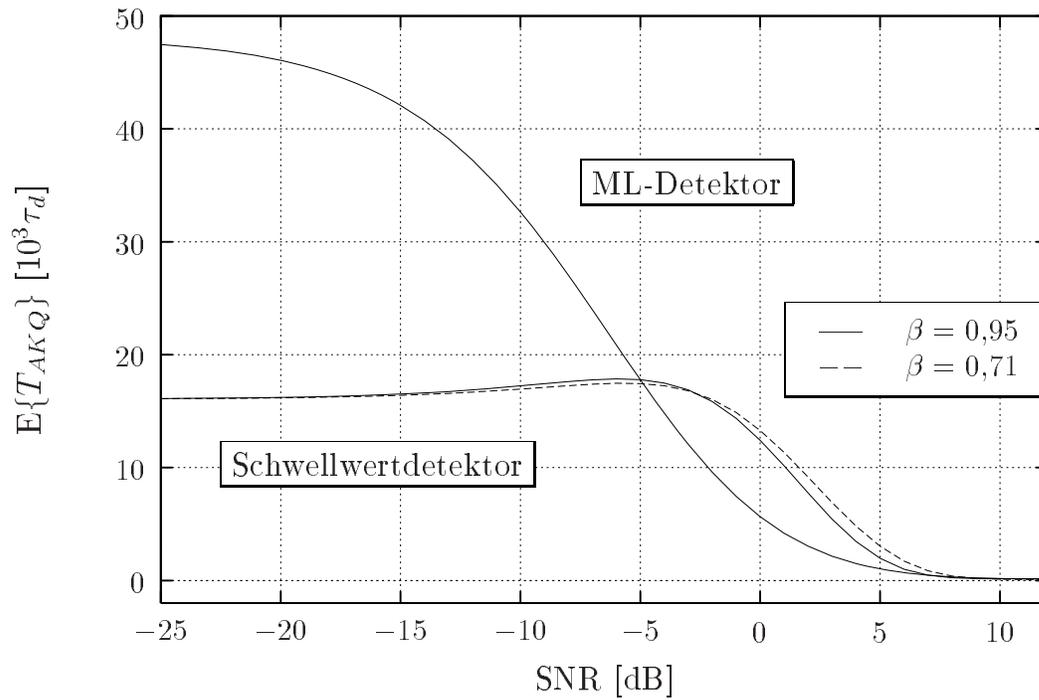


Abb. 5.14 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 127$ und $A = 2C$

Kurven für die Schwellwerte $\beta = 0,95$ und $\beta = 0,71$ eingezeichnet. Abb. 5.14 zeigt die entsprechenden Kurven, die bei einer Verdoppelung der Strafzeit ($A = 2C$) resultieren.

Der Verlauf der Kurven in Abb. 5.13 für kleines SNR bestätigt die Ergebnisse bezüglich des asymptotischen Verhaltens aus 5.3.4. Der Schwellwert β ist mit Abb. 5.13 und Abb. 5.14 nahe bei 1 zu wählen, da sich im interessanten SNR-Bereich von 0-10 dB so kürzere Akquisitionszeiten ergeben. Ein Schwellwert größer 1 ist nicht sinnvoll, da im rauschfreien Fall keine Detektionen mehr möglich sind. Dieser Zusammenhang zwischen Signalamplitude und Schwellwert zeigt deutlich, wie wichtig für eine optimale Parametrierung des Schwellwertdetektors die Kenntnis der Signalamplitude ist. Bezüglich der Aussage, daß im wesentlichen der SNR Bereich von 0-10dB interessant ist, sei hier nochmals angemerkt, daß das SNR aus (2.52) das Signal-zu-Rauschverhältnis nach der Entspreizung bezeichnet.

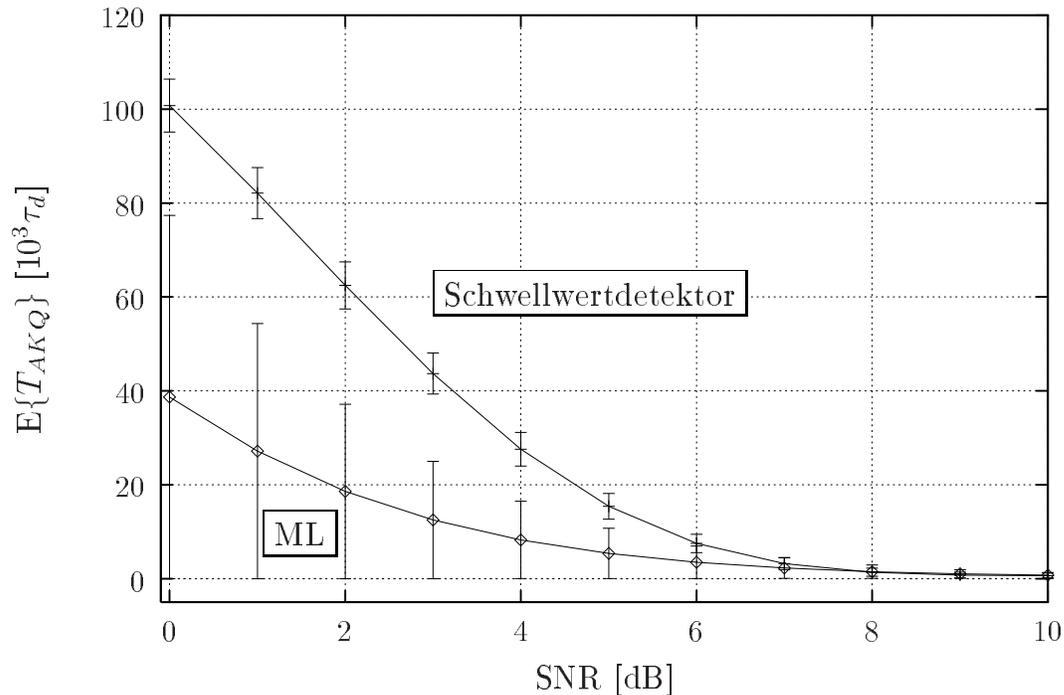


Abb. 5.15 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 511$ und $A = C$

Das wesentliche Ergebnis aus Abb. 5.13 und Abb. 5.14 besteht darin, daß der ML-Detektor über einen großen Bereich kürzere mittlere Akquisitionszeiten aufweist als der Schwellwertdetektor. Neben der Länge der Strafzeit (siehe Abb. 5.14) hängt die Größe dieses Bereichs von C ab. Abb. 5.15 und Abb. 5.16 geben den Bereich von 0 bis 10 dB für $C = 511$ und $C = 1023$ wieder und zeigen deutlich den zunehmenden Gewinn des ML-Detektors. In

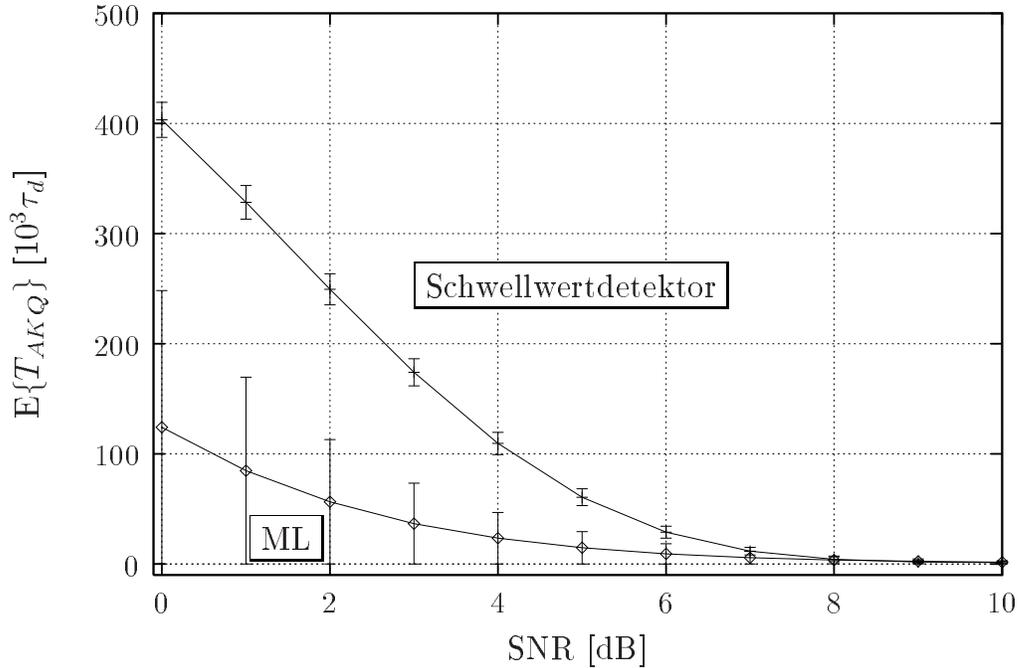


Abb. 5.16 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 1023$ und $A = C$

Abb. 5.15 und Abb. 5.16 sind außerdem die Standardabweichungen der mittleren Akquisitionszeiten, also die Quadratwurzeln der Ergebnisse aus (5.31) und (5.35), eingezeichnet. Die Länge der in y -Richtung verlaufenden Linien entspricht stets dem zweifachen Wert der Standardabweichung. Während der Schwellwertdetektor eine vom SNR nahezu unabhängige Standardabweichung aufweist, nimmt diese beim ML-Detektor mit kleiner werdendem SNR deutlich zu.

Abb. 5.17 zeigt die simulative Überprüfung der theoretischen mittleren Akquisitionszeit für den ML-Detektor und den Schwellwertdetektor mit $\beta = 0,95$ für bandbegrenzte Impulsformung und $T_C/T_S = 4$. Während beim ML-Detektor der Unterschied zwischen Theorie und Simulation ungefähr dem relativ geringen SNR-Verlust der Detektionswahrscheinlichkeit aus Abb. 5.10 entspricht, ergibt sich für den Schwellwertdetektor eine wesentlich gravierendere Verschlechterung. Wie aus Abb. 5.12 zu entnehmen ist, erhöhen sich sowohl die Detektions- als auch die Falschalarmwahrscheinlichkeit gegenüber den theoretischen Kurven erheblich. Der Gewinn der Detektionswahrscheinlichkeit ist jedoch nicht groß genug, um den durch die erhöhte Falschalarmwahrscheinlichkeit auftretenden Zeitverlust im Bereich von 0 bis 10 dB zu kompensieren. Als weiteres Ergebnis läßt sich für den Schwellwertdetektor festhalten, daß der asymptotische Wert in der Simulation für kleines SNR wesentlich schneller erreicht wird.

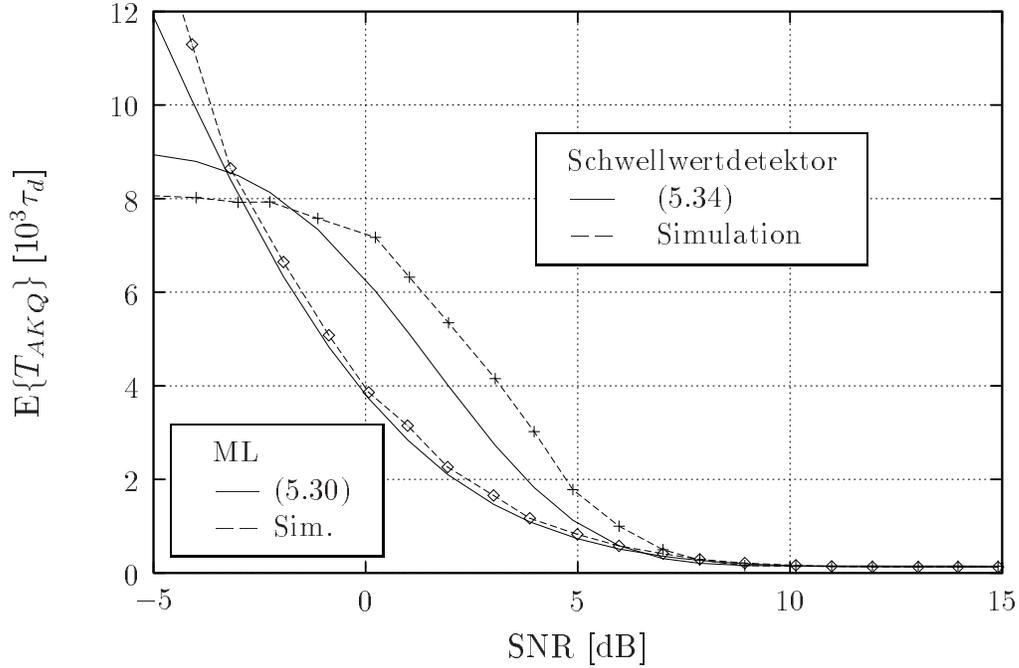


Abb. 5.17 Simulierte Akquisitionszeiten für $C = 127$ und $C = A$

5.4.2 Nicht-frequenzselektiver Mehrwegekanal

Ist der Parameter h_0 die Realisierung einer komplexwertigen Gaußschen Zufallsvariablen H_0 , die eine nicht-frequenzselektive Mehrwegeausbreitung modelliert (siehe 2.2.2), so ergibt die Auswertung des korrekten Quadrates der Unsicherheitsregion

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{T_S^2}{S^2} |\langle \mathbf{r} | \mathbf{x}(0) \rangle|^2 \\
 &= \frac{T_S^2}{S^2} |\langle h_0 \mathbf{x}(0) + \mathbf{z} | \mathbf{x}(0) \rangle|^2 \\
 &= \left| h_0 + \frac{T_S}{S} \langle \mathbf{z} | \mathbf{x}(0) \rangle \right|^2. \tag{5.48}
 \end{aligned}$$

Da die Verteilung von H_0 für den nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanal durch eine komplexwertige Gaußverteilung gegeben ist und für die Zufallsvariable $T_S \langle \mathbf{z} | \mathbf{x}(0) \rangle / S$ eine ebenfalls komplexwertige mittelwertfreie Gaußverteilung mit der Varianz $N_0/S = 1/\text{SNR}$ folgt, ergibt die Summe innerhalb des Betragsquadrates in (5.48) eine Gaußverteilung mit der Varianz

$\text{Var}\{H_0\} + N_0/S$, wenn H_0 und Z_k , $k \in \mathbf{Z}$, unkorreliert sind. Mit Anhang C gilt daher für die Dichte des Betragsquadrates dieser Gaußverteilten Zufallsvariablen

$$f_1(y) = \frac{1}{\text{Var}\{H_0\} + 1/\text{SNR}} \exp(-y/(\text{Var}\{H_0\} + 1/\text{SNR})),$$

$$y \geq 0, \quad (5.49)$$

wohingegen $f_0(y)$ unverändert durch (5.46) gegeben ist.

Abb. 5.18 - Abb. 5.21 zeigen die Abb. 5.13 - Abb. 5.16 entsprechenden Ergebnisse für die mittleren Akquisitionszeiten für $\text{Var}\{H_0\} = 1$. Insgesamt läßt sich festhalten, daß die Unterschiede der Kurven vergleichsweise gering ausfallen. Im Falle eines nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanals vergrößert sich der Bereich des ML-Detektors, in dem er dem Schwellwertdetektor überlegen ist. Hinsichtlich des Schwellwertdetektors ist im Vergleich zum AWGN-Kanal eine stärkere Abhängigkeit von dem Schwellwert β festzustellen (siehe Abb. 5.18). Dies ist von Bedeutung, da so ein Fehler der Amplitudenregelung des Empfängers merklich das Detektionsverhalten beeinflussen kann. Zum Tragen kommt dieser Effekt vor allem in Systemen, in denen der Empfangspegel starken Schwankungen unterworfen ist. Eine exakte Leistungsregelung des nicht synchronisierten Signals, die solche Schwankungen des Empfangspegels beseitigt, ist aufgrund der geringen Leistung eines DSSS-Signals und in CDMA-Systemen durch die zusätzliche Überlagerung anderer Nutzsignale nur begrenzt möglich.

Alle gezeigten Ergebnisse ergeben für den AWGN-Kanal und den nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanal, daß für ein SNR im Bereich von 0 bis 8 dB der ML-Detektor dem Schwellwertdetektor vorzuziehen ist. Zusätzlich zum besseren Detektionsverhalten in dem genannten Bereich entfällt bei der ML-Detektion die Abhängigkeit von der Genauigkeit der Amplitudenregelung des Empfängers und die Definition eines geeigneten Schwellwertes. Über 8 dB weist der Schwellwertdetektor für die gezeigten Ergebnisse das asymptotisch bessere Verhalten auf, da er, wie sich durch einen Vergleich von (5.36) und (5.37) ergibt, im Mittel um den Faktor 2 schneller das korrekte Quadrat findet.

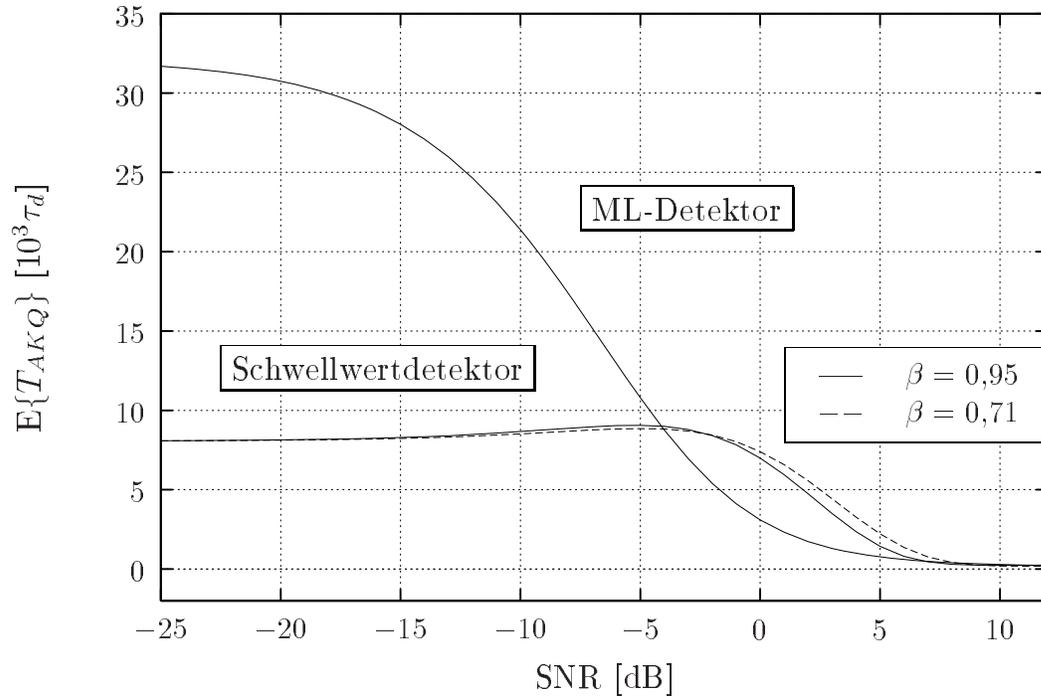


Abb. 5.18 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 127$ und $A = C$

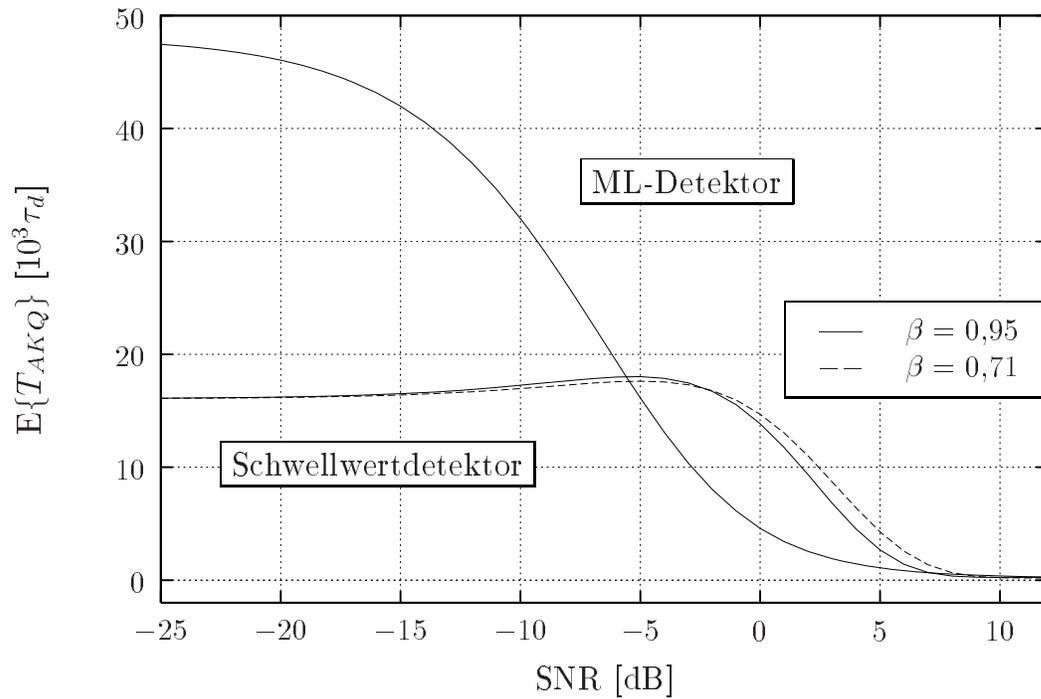


Abb. 5.19 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 127$ und $A = 2C$

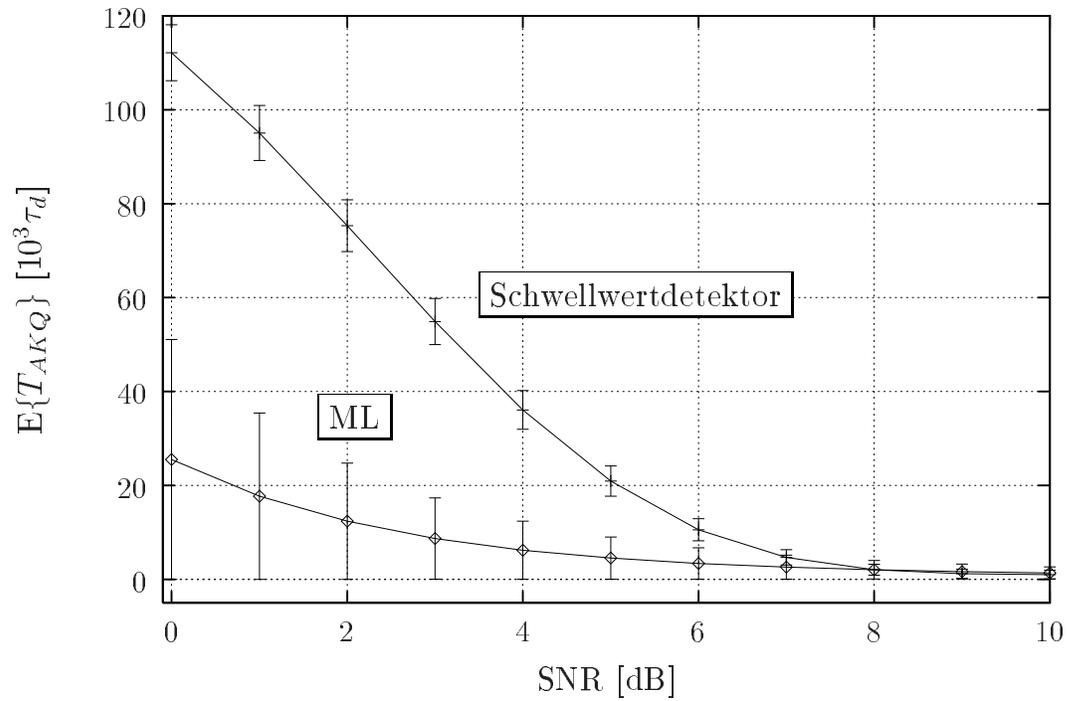


Abb. 5.20 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 511$ und $A = C$

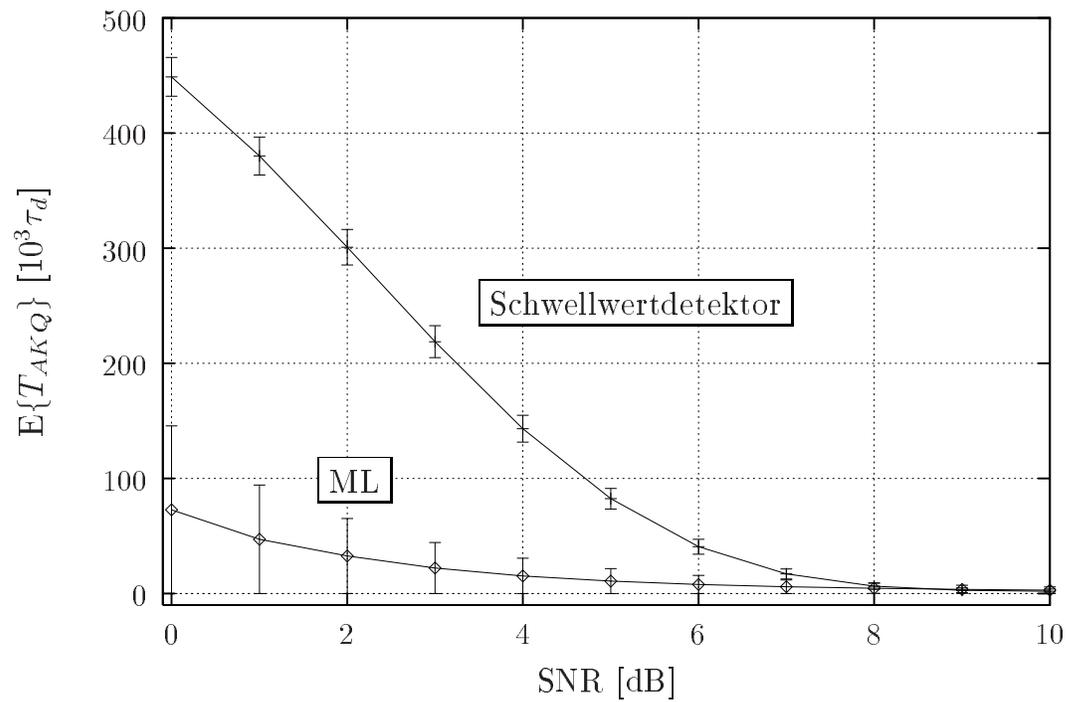


Abb. 5.21 Mittlere Akquisitionszeit für $C = 1023$ und $A = C$

h_0	=	0,707	h_{16}	=	0,5
h_2	=	1,0	h_{24}	=	0,4
h_6	=	0,794	h_{50}	=	0,316

Tab. 5.2 Beispiel einer Kanalimpulsantwort

5.4.3 Frequenzselektiver Mehrwegekanal

Die Anpassung eines Empfängers im Sinne eines Maximum-Likelihood-Detektors an einen frequenzselektiven Mehrwegekanal erfordert eine Signalvorverarbeitung des Empfangssignals gemäß den in 4.1.2 hergeleiteten Ansätzen. Aus Sicht der Implementierung sind vor allem die Ergebnisse aus (4.34) und (4.43) beziehungsweise bei einer näherungsweise Implementierung basierend auf der signalangepaßten Filterung diejenigen aus (4.48) und (4.49) von Bedeutung.

Ausgehend von (4.48) bleibt das Grundprinzip der Signalvorverarbeitung das gleiche wie für $L = 1$. Es wird allerdings ergänzt um eine Summation der Länge L in Richtung der Zeitverschiebung. Diese Summation hat zur Folge, daß aufeinanderfolgende Auswertungen der Unsicherheitsregion in jedem Fall korreliert sind. Eine analytische Betrachtung des Akquisitionsverhaltens wird hierdurch erheblich erschwert. Ein weiterer Umstand, der allgemeine analytische Aussagen verhindert, besteht in der Definition des Bereichs der Unsicherheitsregion, der einer korrekten Detektion entspricht. Wie in 3.2.2 gezeigt, ist die Definition dieses Bereichs wesentlich von den verwendeten Trackingverfahren sowie deren Parametrierung und der konkreten Mehrwegeausbreitung abhängig.

Da die Orthogonalität der Vektoren $\underline{\mathbf{x}}((u+l)T_S)$, $l = 0, \dots, L-1$, normalerweise nicht gegeben ist, soll nun anhand eines konkreten Beispiels der Gewinn eines Ansatzes nach (4.49) gegenüber (4.48) untersucht werden. Der Vorteil eines Ansatzes nach (4.49) besteht darin, daß Korrelationen der Summanden in (4.48) aufgrund nicht orthogonaler Vektoren $\underline{\mathbf{x}}((u+l)T_S)$, $l = 0, \dots, L-1$, beseitigt werden. Der Preis ist ein erhöhter Aufwand. Bei einer Implementierung mittels angepaßter Filter sind anstatt eines angepaßten Filters mit nachfolgender Summation L Filter notwendig.

Zur Berechnung der Matrix $\mathbf{A}(0)$ aus (4.40) sei angemerkt, daß sie aus Gründen der Konditionierung von $\mathbf{X}^{*\mathbf{T}}(\tau)\mathbf{X}(\tau)$, wie in 4.1.2 ausgeführt, für $T_S = T_C$ erfolgen muß. Die Elemente der Matrix $\mathbf{X}(0)$ ergeben sich daher aus dem Zusammenhang $x(nT_C) = b_n/\sqrt{T_C}$. Die Zeilen $\underline{\mathbf{a}}_l^{\mathbf{T}}$, $l = 0, \dots, L-1$, der Matrix $\mathbf{A}(0)$ entsprechen den Koeffizientensätzen der L Filter. Ein Ab-

Lindnerfolge	1,1,1,1,1,-1,-1,1,1,-1,1,-1,1,-1
Maximalfolge	1,1,1,1,-1,1,-1,1,1,-1,-1,1,-1,-1

Tab. 5.3 Lindnerfolge ($N = 14$) [62, S.115] und Maximalfolge ($N = 15$)

tastverhältnis von $T_C/T_S > 1$ läßt sich durch Einfügen von Nullen in den Koeffizientensätzen $\underline{\mathbf{a}}_l^T$, $l = 0, \dots, L - 1$, berücksichtigen. Von dem Ausgangssignal der L Filter ist jeweils das Betragsquadrat zu bilden und dieses für $T_C/T_S > 1$ einer Summation der Länge T_C/T_S zu unterziehen.

Bei der Umsetzung eines Akquisitionsdetektors für einen frequenzselektiven Mehrwegekanal ist es ferner notwendig, L geeignet vorzugeben. Die Ansätze aus (4.48) oder (4.49) erlauben es nicht, L zu schätzen, da aufgrund der Summation positiver Zahlen stets für das größtmögliche L der maximale Wert folgt. Eine Schätzung von L ist auf der Basis der Kovarianzmatrix des Vektors $\underline{\mathbf{R}}$ anhand der in [96] diskutierten Methoden möglich. Erfolgt keine Schätzung, ist L so zu wählen, daß im Mittel möglichst viel Signalenergie und möglichst wenig Rauschen erfaßt wird. Tab. 5.2 zeigt das Beispiel der untersuchten Kanalimpulsantwort, deren Länge $50T_S$ beträgt. Die Koeffizienten h_0 , h_2 und h_6 tragen die meiste Energie und konzentrieren sich auf ein Intervall der Länge $7T_S$. Aufgrund des zeitdispersiven Einflusses des auf die Impulsformung angepaßten Filters zu Beginn der Empfangssignalverarbeitung, ist L etwas größer anzusetzen, so daß $L = 8$ eine geeignete Wahl ist. Das Quadrat der Koeffizienten aus Tab. 5.2 entspricht jeweils der mittleren Leistung des Modells der typischen städtischen Ausbreitung nach [11], wenn $T_S = 0,1 \mu s$ gilt.

Da eine umfassende Untersuchung anhand von Simulationen verhältnismäßig aufwendig ist, soll an dieser Stelle für einen konkreten Fall untersucht werden, welcher Gewinn für einen Ansatz mit einem angepaßten Filter und nachfolgender Summation über L Werte gemäß (4.48) im Vergleich zu L parallelen Filtern gemäß (4.49) resultiert. Eine weitere Vereinfachung ergibt sich, wenn die Betrachtungen auf die ML-Detektion beschränkt bleiben, so daß es genügt, die Detektionswahrscheinlichkeiten zu vergleichen. Abb. 5.22 zeigt Simulationsergebnisse für die Spreizfolgen aus Tab. 5.3 und die Kanalimpulsantwort aus Tab. 5.2. Den Simulationsergebnissen liegt ein Intervall, das einer korrekten Detektion entspricht, von $\pm T_C$, bandbegrenzte Impulsformung und ein Abtastverhältnis von $T_C/T_S = 4$ zugrunde. Das Signal-zu-Rauschverhältnis entspricht der Signalleistung am Ausgang des Mehrwegekanals im Verhältnis zur Rauschleistung. Der Ansatz nach (4.49) schneidet in diesem Fall eindeutig günstiger ab. Der Gewinn gegenüber einem Ansatz

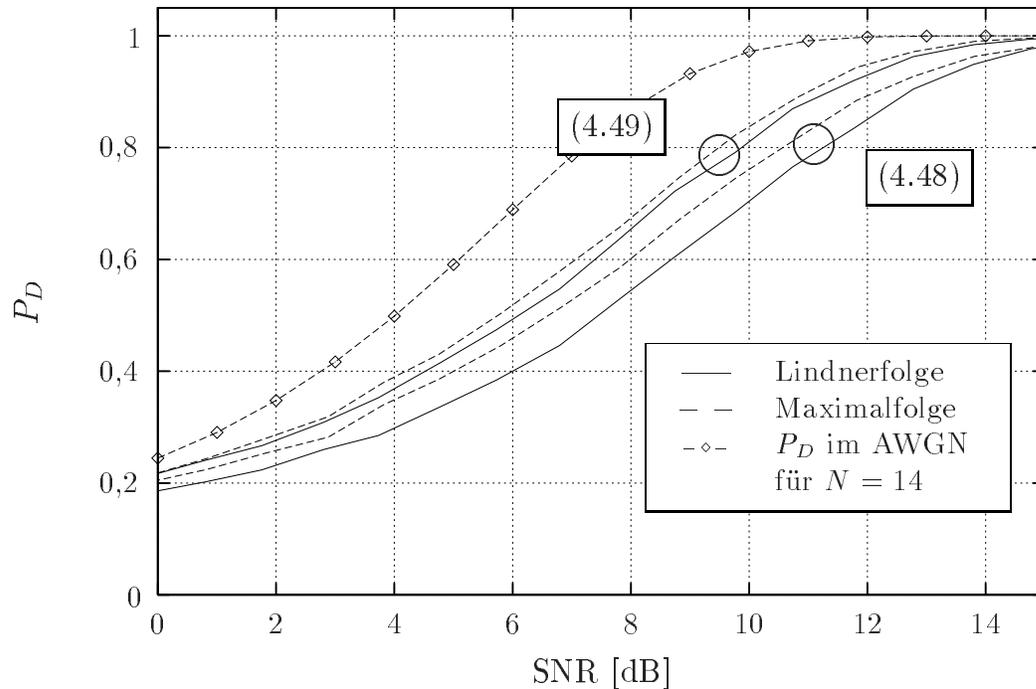


Abb. 5.22 Vergleich der Ansätze aus (4.49) und (4.48) ($C = N$)

aus (4.48) hängt allerdings von dem verwendeten Spreizcode ab und ist für die Lindnerfolge ungefähr 0,5 dB größer. Trotz des vergrößerten Detektionsintervalls von $\pm T_C$ im Vergleich zu bisher $\pm T_C/2$ ergibt sich in jedem Fall eine schlechtere Detektionswahrscheinlichkeit als für die ebenfalls in Abb. 5.22 eingezeichnete theoretische Akquisitionszeit des AWGN-Kanals.

Abb. 5.23 zeigt den Vergleich der Detektionswahrscheinlichkeiten eines Detektors nach (4.49) parametrisiert mit $L = 1$ und $L = 8$ für die Lindnerfolge, den AWGN-Kanal und die Mehrwegeausbreitung nach Tab. 5.2. Für den AWGN-Kanal ergibt sich kein wesentlicher Unterschied für die unterschiedliche Parametrierung. Im Vergleich zur theoretischen Kurve ist aufgrund der nicht idealen Autokorrelationsfunktion der verwendeten Spreizfolge und des Abtastverhältnisses von $T_C/T_S = 4$ ein etwas schlechteres Verhalten festzustellen. Für geringes SNR übersteigen die simulierten Werte die theoretische Kurve, was auf das vergrößerte Detektionsintervall von $\pm T_C$ im Vergleich zu $\pm T_C/2$ für die theoretischen Werte zurückzuführen ist. Im Fall des frequenzselektiven Mehrwegekanals schneidet der mit $L = 8$ parametrisierte Detektor deutlich besser ab. Inwieweit sich der zusätzliche Aufwand eines solchen Detektors lohnt, hängt wesentlich von den Anforderungen an das System sowie den zu erwartenden Ausbreitungsverhältnissen ab.

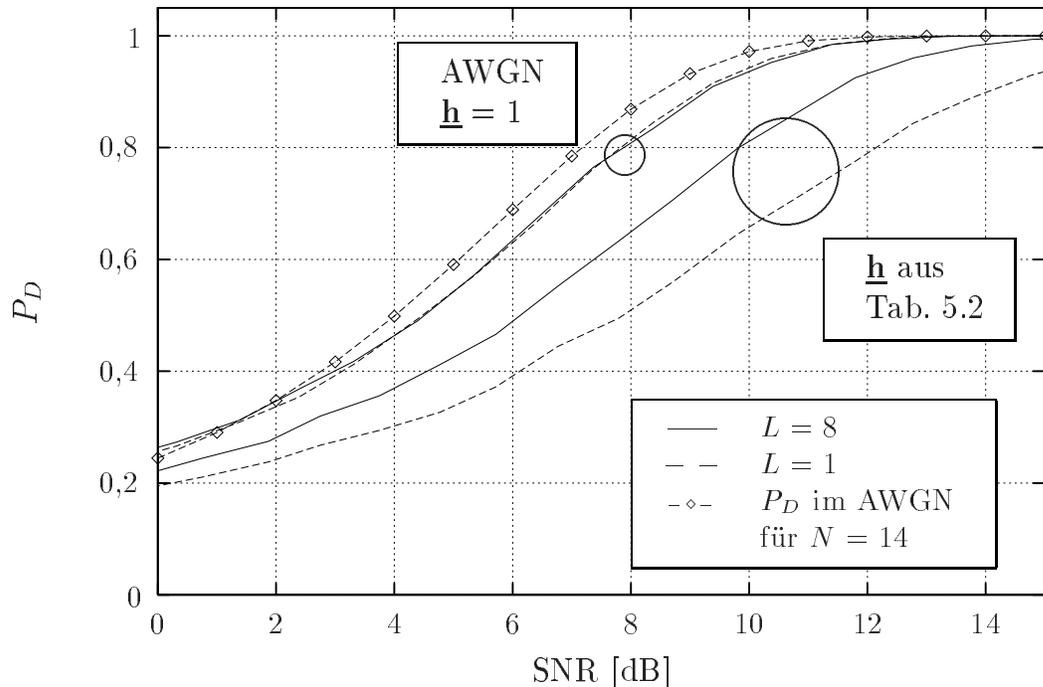


Abb. 5.23 (4.49) für $L = 1$ und $L = 8$ ($C = N$)

5.5 Getrennte Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung

Wie in 4.3 und 4.4 gezeigt, lassen sich Verfahren angeben, die eine voneinander unabhängige Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung ermöglichen. Im folgenden sollen die verschiedenen Verfahren kurz diskutiert werden.

5.5.1 Akquisition der Zeitverschiebung

Die Akquisition der Zeitverschiebung erfolgt im einfachsten Fall anhand eines auf das Sendesignal angepassten Filters, dessen Länge $S = S_{\max}$ mittels (4.59) auf die maximal zu erwartende Frequenzverschiebung abgestimmt ist. Genügt der dabei erzielte Korrelationsgewinn nicht, läßt sich durch die Summation über die Betragsquadrate mehrerer Summationsperioden der Länge S_{\max} , wie in Abb. 4.9 gezeigt, ein geeigneter Schätzer konstruieren.

Im Falle nur einer Summationsperiode der Länge S_{\max} lassen sich die Detektions- und Falschalarmwahrscheinlichkeiten sowie die mittlere Akquisitionszeit analog zu den Herleitungen in 5.4 berechnen. Es ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Signalkomponente am Ausgang des angepassten Fil-

ters von der Frequenzverschiebung gemäß (4.53) abhängt, so daß in (5.44) μ_Σ und in (5.46) $\text{Var}\{H_0\}$ entsprechend anzupassen sind. Der genaue Wert der Signalkomponente folgt für gegebenes S_{\max} aus (4.53).

Eine Summation über die Betragsquadrate von M Summationsperioden der Länge S_{\max} hat für den AWGN und den nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanal veränderte Dichten $f_1(y)$ und $f_0(y)$ zur Folge. Für die Dichte $f_0(y)$ folgt für beide Kanalarten eine zentrale χ^2 -Dichte mit $2M$ Freiheitsgraden nach (C.4) mit $S = S_{\max}$. Für $f_1(y)$ ergibt sich für den AWGN-Kanal eine nichtzentrale χ^2 -Dichte mit $2M$ Freiheitsgraden nach (C.2) mit $S = S_{\max}$ und dem Nichtzentralitätsparameter

$$\mu_\Sigma^2 = M\mu^2(\nu_0), \quad (5.50)$$

wenn der Signalanteil für jede Summationsperiode den Mittelwert $\mu(\nu_0)$ aufweist. Für den nicht-frequenzselektiven Mehrwegekanal ergibt sich eine zentrale χ^2 -Dichte mit $2M$ Freiheitsgraden, in der anstatt von N_0/S in (C.4) $\mu^2(\nu_0)\text{Var}\{H_0\} + N_0/S_{\max}$ einzusetzen ist.

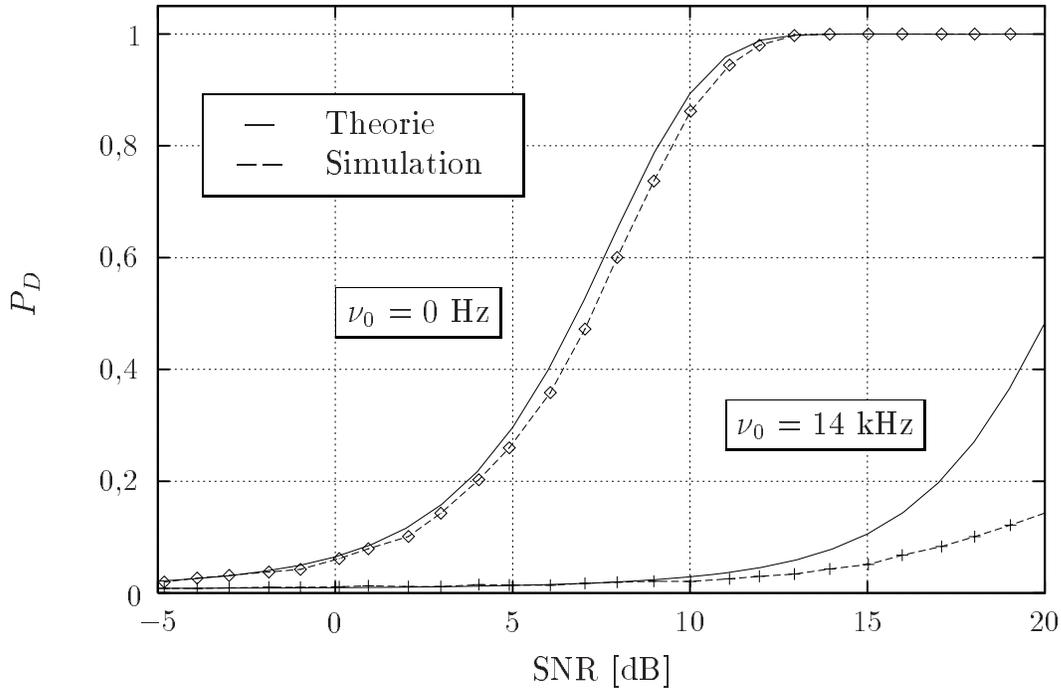


Abb. 5.24 Detektionswahrscheinlichkeit ($C = 128$, $M = 1$)

Ein Beispiel soll diese Zusammenhänge für den AWGN-Kanal verdeutlichen. Als Spreizcode sei eine erweiterte Maximalfolge [25] der Länge 128 angenommen und für die maximal mögliche Frequenzverschiebung soll $\nu_{\max} =$

14 kHz gelten. Der Chiptakt sei gleich dem des IS95-Standards zu $1/T_C = 1,2288$ MHz gewählt. Für eine Summationsperiode der Länge $S = 128$ und $\nu_0 = 0$ Hz ergibt sich das theoretische Verhalten analog zu den Betrachtungen in 5.4.1. Gilt $\nu_0 = 14$ kHz, ist in der Dichte $f_1(y)$ eine andere Signalkomponente μ_Σ (siehe (C.3)) einzusetzen. Mit (4.53) folgt

$$\mu_\Sigma^2 = \left| \frac{1}{128} \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 14 \text{ kHz} \cdot 128}{1,2288 \text{ MHz}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot 14 \text{ kHz}}{1,2288 \text{ MHz}}\right)} \right|^2 = 0,04685. \quad (5.51)$$

Aufgrund der schwachen Signalkomponente ergibt sich eine deutliche Verschlechterung der Detektionswahrscheinlichkeit. Abb. 5.24 zeigt die theoretische Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors im Vergleich mit simulativ für bandbegrenzte Impulsformung und $T_C/T_S = 4$ ermittelte Werte aufgetragen über dem Signal-zu-Rauschverhältnis $\text{SNR} = 128/N_0$. Für $\nu_0 = 0$ Hz ergibt sich bedingt durch die Überabtastung eine geringfügige Verschlechterung der Detektionswahrscheinlichkeit (vgl. Abb. 5.10). Der deutliche Unterschied zwischen Theorie und Simulation, der für $\nu_0 = 14$ kHz resultiert, erklärt sich dadurch, daß die bislang im Zusammenhang mit analytischen Betrachtungen stets vernachlässigten Nebenmaxima der Ambiguity-Funktion (siehe 5.1) für die schwache Signalkomponente aus (5.51) nicht mehr zu vernachlässigen sind.

Der starke Einbruch der Detektionswahrscheinlichkeit in Abb. 5.24 für $\nu_0 = 14$ kHz läßt sich durch eine Aufteilung der Summationslänge von $S = 128$ geeignet auffangen. Aus (4.59) folgt

$$S_{\max} = \left\lfloor \frac{2,33 \cdot 1,2288 \text{ MHz}}{2\pi \cdot 14 \text{ kHz}} \right\rfloor = 32. \quad (5.52)$$

Bei einer Summation über die Betragsquadrate von vier Summationen der Länge $S_{\max} = 32$ ergeben sich für $f_0(y)$ und $f_1(y)$ jeweils χ^2 -Dichten mit $2M = 8$ Freiheitsgraden. Für $f_0(y)$ ist es eine zentrale χ^2 -Dichte, in der S/N_0 in (C.4) durch $S/(4 \cdot N_0)$ mit $S = 128$ zu ersetzen ist. Für $f_1(y)$ ist ebenso $S/(4 \cdot N_0)$ einzusetzen und für die Signalkomponente folgt für $\nu_0 = 0$ Hz

$$\mu_\Sigma^2 = \sum_{i=0}^{M-1} 1^2 = 4 \quad (5.53)$$

und für $\nu_0 = 14$ kHz

$$\mu_{\Sigma}^2 = \sum_{i=0}^{M-1} \left| \frac{1}{32} \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot 14 \text{ kHz} \cdot 32}{1,2288 \text{ MHz}}\right)}{\sin\left(\frac{\pi \cdot 14 \text{ kHz}}{1,2288 \text{ MHz}}\right)} \right|^2 = 2,531. \quad (5.54)$$

Abb. 5.25 zeigt die theoretischen und simulativen Ergebnisse der Detektionswahrscheinlichkeiten. Das SNR bezeichnet das Signal-zu-Rauschverhältnis, daß sich für $\nu_0 = 0$ Hz und eine Summationslänge von $S = 128$ nach der Entspreizung ergibt. Aus diesem Grund ist der direkte Vergleich mit Abb. 5.24 möglich. Im Vergleich zu Abb. 5.24 ergibt sich eine deutlich geringere Verschlechterung der Detektionswahrscheinlichkeit für $\nu_0 = 14$ kHz. Andererseits verschlechtert sich im Vergleich zu Abb. 5.24 das Akquisitionsverhalten für $\nu_0 = 0$ Hz.

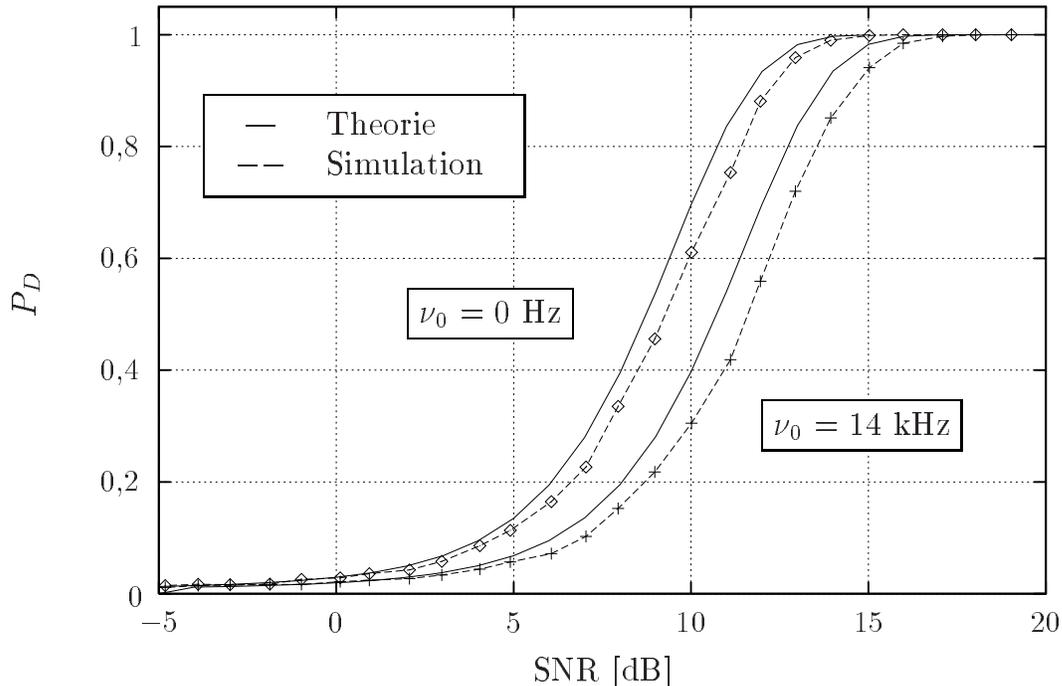


Abb. 5.25 Detektionswahrscheinlichkeit ($C = 128$, $M = 4$)

Als weitere Alternative zur Akquisition der Zeitverschiebung wurde in 4.3 das in Abb. 4.10 dargestellte differentielle Verfahren eingeführt. Der große Nachteil dieses Verfahrens besteht darin, daß die differentielle Vorverarbeitung des Empfangssignals das Signal-zu-Rauschverhältnis erheblich verschlechtert. Die differentielle Verarbeitung des Empfangssignals ist mit $r(t) = r_{TP}(t)$ durch die Berechnung von $r(kT_C) \cdot r^*((k-1)T_C)$ beschrieben. Da

$R(kT_C)$ und $R((k-1)T_C)$ für die untersuchten Signalformen unkorreliert sind, läßt sich schreiben

$$\mathbb{E}\{R(kT_C)R^*((k-1)T_C)\} = \mathbb{E}\{R(kT_C)\} \mathbb{E}\{R^*((k-1)T_C)\} = 0. \quad (5.55)$$

Für die Varianz $\text{Var}\{R(kT_C)R^*((k-1)T_C)\}$ folgt mit

$$\mathbb{E}\{|R(kT_C)|^2\} = \mathbb{E}\{|R((k-1)T_C)|^2\} \quad (5.56)$$

und (5.55)

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{R(kT_C)R^*((k-1)T_C)R^*(kT_C)R((k-1)T_C)\} \\ &= \mathbb{E}\{|R(kT_C)|^2\} \mathbb{E}\{|R((k-1)T_C)|^2\} \\ &= \mathbb{E}\{|R(kT_C)|^2\}^2 \\ &= \mathbb{E}\{|X(kT_C) + Z(kT_C)|^2\}^2 \\ &= \mathbb{E}\{|X(kT_C)|^2\}^2 + 2\mathbb{E}\{|X(kT_C)|^2\} \mathbb{E}\{|Z(kT_C)|^2\} \\ & \quad + \mathbb{E}\{|Z(kT_C)|^2\}^2. \end{aligned} \quad (5.57)$$

Im störungsfreien Fall ergibt sich aus (5.57) die Signalkomponente

$$\mathbb{E}\{|X(kT_C)|^2\}^2,$$

so daß mit $\mathbb{E}\{|X(kT_C)|^2\} = 1$ und $\mathbb{E}\{|Z(kT_C)|^2\} = N_0$ das Signal-zu-Rauschverhältnis auf Chipebene (siehe (2.49)) nach der differentiellen Verarbeitung des Empfangssignals gleich

$$\text{SNR}_C = \frac{1}{2N_0 + N_0^2} \quad (5.58)$$

ist. Abb. 5.26 zeigt (5.58) im Vergleich zu (2.49). Der Verlust des differentiellen Verfahrens ist so markant, daß ein Einsatz wenig sinnvoll ist. Mit

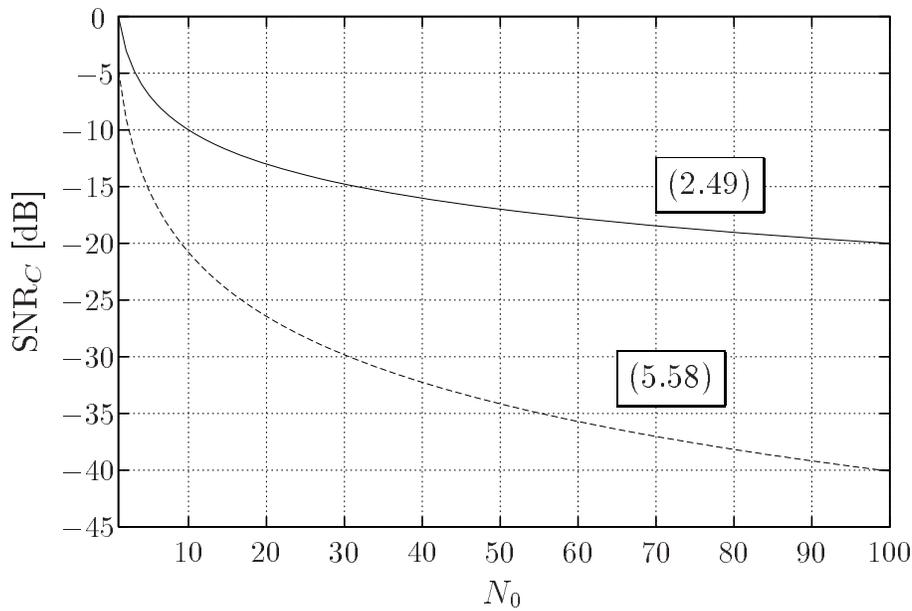


Abb. 5.26 SNR_C aus (5.58) und (2.49)

der Annahme, daß das Signal nach der angepaßten Filterung in Abb. 5.26 gemäß dem zentralen Grenzwertsatz durch eine Gaußverteilung beschrieben ist, läßt sich das Akquisitionsverhalten unter Berücksichtigung des SNR-Verlustes anhand der Ergebnisse aus 5.4 bestimmen.

5.5.2 Akquisition der Frequenzverschiebung

Den in 4.4 angegebenen Möglichkeiten zur Schätzung der Frequenzverschiebung ist gemein, daß das Empfangssignal mit einer an die Anzahl der Phasenzustände des Sendesignals angepaßten Nichtlinearität zu bearbeiten ist. Diese Nichtlinearität führt wie bereits bei der differentiellen Akquisition der Zeitverschiebung und der Erzeugung des nicht-kohärenten Fehlersignals beim Tracking zu einer markanten Verstärkung des Rauschanteils. Nachteilig an der Nichtlinearität ist zudem die Tatsache, daß die Störung nach der Nichtlinearität nicht mehr Gaußverteilt ist. Im Anschluß an die Nichtlinearität kann das Signal einer Tiefpaßfilterung unterzogen werden, deren Grenzfrequenz bei einer M -fachen Potenzierung des Empfangssignals $M \cdot \nu_{\max}$ nicht unterschreiten darf.

Bei der Akquisition der Frequenzverschiebung ist zu beachten, daß das Intervall, das eine gelungene Akquisition bezeichnet, von S abhängt. Dieser Zusammenhang ist am deutlichsten an der Näherung der Ambiguity-Funktion aus (5.17) sichtbar. Über den Parameter S läßt sich einstellen, wie schnell der

SNR_C	$\text{Var}\{\hat{\nu}(\mathbf{R}) \nu_0 = 0\}$
2,887 dB	0,0
1,887 dB	0,0
0,887 dB	1389665,39
-0,113 dB	14912616,71
-1,11 dB	58503832,13
-2,11 dB	102126621,51

Tab. 5.4 Varianz des Schätzfehlers

Term $\sin(\pi\nu ST_C)/\sin(\pi\nu T_C)$ und damit der Signalanteil am Ausgang eines angepaßten Filters in Frequenzverschiebungsrichtung abklingt. Aus diesem Grund ist eine allgemeine Bewertung mittels der Detektionswahrscheinlichkeit schwierig und es empfiehlt sich anstatt dessen, die Varianz des verwendeten Schätzers zu betrachten.

Für die Frequenzverschiebungsschätzung auf der Basis einer Phasenschätzung wurde bereits in 4.4.1 gezeigt, daß sie für größere ν_0 ungeeignet ist. Von allen weiteren in der Literatur angegebenen Schätzern zur Bestimmung der Frequenz einer gestörten Schwingung hat der ML-Ansatz aus (4.74) stets die besten Ergebnisse hinsichtlich der Schätzfehlervarianz ergeben. Ein Beispiel zur Akquisition eines IS95-Pilotsignals soll die Leistungsfähigkeit des ML-Schätzers verdeutlichen.

Das IS95-Pilotsignal weist vier Phasenzustände auf. Die Simulation eines Systems mit einem der Potenzierung mit $M = 4$ nachgeschalteten Tiefpaß mit einer Grenzfrequenz von $4 \cdot 38,4 \text{ kHz} = 153,6 \text{ kHz}$ hat bei einem Abtastverhältnis nach der Tiefpaßfilterung von $T_C/T_S = 0,25$ für eine Länge der Summation in (4.74) von $K = 1024$ die in Tab. 5.4 gezeigten Schätzfehlervarianzen für den AWGN-Kanal ergeben. Bis zu einem SNR_C von 2 dB ist die empirische Varianz über 1000 Realisierungen Null. Ab 2 dB nimmt sie in starkem Maße zu und die Schätzwerte werden unbrauchbar. Für die Akquisition eines DSSS-Signals ist solch ein Akquisitionsverhalten inakzeptabel, da das SNR_C realer Systeme weit unter 0 dB liegt.

Anders ist die Situation in einem CDMA System wie IS95. Im Downlink sind alle Signale synchron und das Downlinksignal kann unabhängig von der Anzahl der Nutzer nur vier Phasenzustände annehmen [74], [75, S.521]. Dies bedeutet, daß sich die Energie aller Nutzsignale zur Akquisition der Frequenzverschiebung nutzen läßt. Simulationen mit unterschiedlichen Nutzeranzahlen, sowie mit Nachbarzelleninterferenz und frequenzselektiver Mehrwegeausbreitung zeigen ein mit Tab. 5.4 vergleichbares Verhalten. Da-

mit die Akquisition der Frequenzverschiebung unabhängig von der Zeitverschiebung mit dem beschriebenen Ansatz in jedem Fall möglich ist, muß eine ausreichende Leistung des Pilotsignals garantiert sein, wenn dieses Signal als einziges von einer Basisstation abgestrahlt wird.

5.6 Zusammenfassung

Die vergleichenden analytischen Untersuchungen zur ML- und Schwellwertdetektion zeigen deutlich, daß der ML-Detektor in dem für eine Übertragung relevanten SNR-Bereich das bessere Verhalten aufweist. Vergrößert sich die Unsicherheitsregion, oder wird die Strafzeit länger, nimmt der Vorteil des ML-Detektors immer mehr zu. Dieser Vorteil wird zusätzlich durch den Umstand verstärkt, daß die theoretischen Ergebnisse zur Schwellwertdetektion wesentlich optimistischere Ergebnisse liefern, als sich bei der Simulation eines realistischen Systems ergeben. Für den ML-Detektor fällt dieser Unterschied vergleichsweise gering aus.

Neben dem besseren Akquisitionsverhalten besitzt der ML-Detektor zudem den entscheidenden Vorteil, daß die Definition eines Schwellwertes entfällt. Da eine geeignete Amplitudenregelung eines DSSS-Signals erst nach der Synchronisation erfolgen kann, ist dieser Vorteil bei zeitvarianter Mehrwegeausbreitung von doppelter Bedeutung.

Eine zu erwartende frequenzselektive Mehrwegeausbreitung läßt sich bei der Signalverarbeitung des Empfangssignals geeignet berücksichtigen, so daß sich das Akquisitionsverhalten für solch einen Fall deutlich verbessern läßt.

Ist die Frequenzverschiebung nicht zu groß, lassen sich geeignete Verfahren angeben, die eine Schätzung der Zeitverschiebung ermöglichen, ohne daß eine gleichzeitige Frequenzschätzung erforderlich ist. Des weiteren ist eine analytische Betrachtung dieser Verfahren auf der Basis der für die gemeinsame Akquisition von Zeit- und Frequenzverschiebung angestellten Betrachtungen möglich. Eine reine Akquisition der Frequenzverschiebung von DSSS-Signalen ist hingegen als unrealistisch zu bewerten. Eine Ausnahme bilden unter der Voraussetzung eines leistungsstarken Pilotsignals CDMA-Netze.

A Absorbierende Markov-Ketten

Endliche Markov-Ketten

Eine Markov-Kette beschreibt eine Abfolge von Zustandsübergängen, bei denen der k te Übergang nur von dem Ergebnis des vorhergehenden Übergangs $k - 1$ abhängt [26]. Die Anzahl R der möglichen Zustände ist zudem höchstens abzählbar.

Die Betrachtungen beschränken sich auf endliche Markov-Ketten. Für endliche Markov-Ketten ist die Übergangswahrscheinlichkeit $P(s_m | s_n)$ von einem Zustand s_n in den Zustand s_m unabhängig von der Anzahl der bereits aufgetretenen Zustandsübergänge, das heißt unabhängig von k . Die Übergangsmatrix einer endlichen Markov-Kette ist durch

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P(s_0 | s_0) & P(s_1 | s_0) & \dots & P(s_{R-1} | s_0) \\ P(s_0 | s_1) & P(s_1 | s_1) & \dots & P(s_{R-1} | s_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P(s_0 | s_{R-1}) & P(s_1 | s_{R-1}) & \dots & P(s_{R-1} | s_{R-1}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

definiert.

Bezeichnet $\underline{\pi}(0)$ mit

$$\underline{\pi}(0) = (P_0(s_0), P_0(s_1), \dots, P_0(s_{R-1}))^{\mathbf{T}} \quad (\text{A.2})$$

den Vektor, der angibt mit welchen Wahrscheinlichkeiten $P_0(s_n)$, $n = 0, \dots, R-1$, die Zustände s_n für $k = 0$ eintreten, folgen die Wahrscheinlichkeiten $P_k(s_n)$ nach dem k ten Übergang in die Zustände s_n , $n = 0, \dots, R-1$, zu gelangen aus

$$\underline{\pi}^{\mathbf{T}}(k) = \underline{\pi}^{\mathbf{T}}(0)\mathbf{P}^k \quad (\text{A.3})$$

mit

$$\underline{\pi}(k) = (P_k(s_0), P_k(s_1), \dots, P_k(s_{R-1}))^{\mathbf{T}}. \quad (\text{A.4})$$

Absorbierende Markov-Kette

Die im folgenden angegebenen Eigenschaften absorbierender Markov-Ketten sind [55] entnommen. Ein Zustand s_n wird als absorbierend bezeichnet, wenn

$$P(s_n | s_n) = 1 \text{ und } P(s_m | s_n) = 0, \quad n \neq m, \quad (\text{A.5})$$

gilt. Weist die Übergangsmatrix einer endlichen Markov-Kette absorbierende Zustände auf, so befindet sich der Prozeß mit Wahrscheinlichkeit 1 für $k \rightarrow \infty$ in einem absorbierenden Zustand, wenn von jedem nicht absorbierenden Zustand aus nach einer endlichen Zahl an Versuchen mindestens ein absorbierender erreichbar ist. Ein solcher Prozeß wird als endliche absorbierende Markov-Kette bezeichnet.

Fundamentale Matrix

Sind von R möglichen Zuständen Q nicht absorbierend, läßt sich die Übergangsmatrix durch geeignetes Anordnen der Zustände in der kanonischen Form

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{O} \\ \mathbf{R} & \mathbf{Q} \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

schreiben. In (A.6) hat die Einheitsmatrix \mathbf{I} die Dimension $(R-Q) \times (R-Q)$ und \mathbf{Q} die Dimension $Q \times Q$. \mathbf{O} ist eine Nullmatrix der Dimension $(R-Q) \times Q$.

Mit Hilfe von (A.6) läßt sich die fundamentale Matrix \mathbf{N} angeben

$$\mathbf{N} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}, \quad (\text{A.7})$$

wobei \mathbf{I} die Dimension $Q \times Q$ hat. Ein Element $n_{n,m}$ der Matrix \mathbf{N} beschreibt die mittlere Häufigkeit mit der sich der Prozeß bis zum Erreichen eines absorbierenden Zustandes in dem Zustand s_m befindet, wenn s_n der nicht absorbierende Ausgangszustand für $k = 0$ ist.

Die Anzahl der Versuche, die für einen gegebenen nicht absorbierenden Anfangszustand s_n notwendig sind, bis der Prozeß einen absorbierenden Zustand erreicht, beschreibt die Zufallsvariable U_n . Der Mittelwert dieser

Zufallsvariablen folgt mit (A.7) zu [55, S.59]

$$u_{\mu,n} = \mathbb{E}\{U_n\} = \sum_{m=0}^{Q-1} n_{n,m}. \quad (\text{A.8})$$

Die Zusammenfassung der Mittelwerte ergibt den Vektor

$$\underline{\mathbf{u}}_{\mu} = (u_{\mu,0}, u_{\mu,1}, \dots, u_{\mu,Q-1})^{\mathbf{T}}. \quad (\text{A.9})$$

Die Varianzen $u_{\sigma^2,n}$ der Zufallsvariablen U_n , $n = 0, \dots, Q-1$, für die

$$u_{\sigma^2,n} = \mathbb{E}\{U_n^2\} - u_{\mu,n}^2 \quad (\text{A.10})$$

gilt, lassen sich in vektorieller Form gemäß

$$\underline{\mathbf{u}}_{\sigma^2} = (u_{\sigma^2,0}, u_{\sigma^2,1}, \dots, u_{\sigma^2,Q-1})^{\mathbf{T}} \quad (\text{A.11})$$

zusammenfassen. Berechnen läßt sich $\underline{\mathbf{u}}_{\sigma^2}$ mittels [55, S.59]

$$\underline{\mathbf{u}}_{\sigma^2} = (2\mathbf{N} - \mathbf{I}) \cdot \underline{\mathbf{u}}_{\mu} - \underline{\mathbf{u}}_{\mu}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{I} \cdot \underline{\mathbf{u}}_{\mu}. \quad (\text{A.12})$$

B Gaußapproximation

Innenproduktraum

Für zwei Vektoren $\underline{\mathbf{x}} = (x_0, \dots, x_{N-1})$, $\underline{\mathbf{y}} = (y_0, \dots, y_{N-1})$ des \mathbb{C}^N ist das Innenprodukt durch

$$\langle \underline{\mathbf{x}} | \underline{\mathbf{y}} \rangle = \sum_{k=0}^{N-1} x_k y_k^* \quad (\text{B.1})$$

und die Norm durch

$$\|\underline{\mathbf{x}}\| = \sqrt{\sum_{k=0}^{N-1} |x_k|^2} \quad (\text{B.2})$$

gegeben.

Ein Vektorraum E über einem Körper \mathbb{K} [37] heißt Innenproduktraum, wenn jedem Paar (x, y) von Elementen aus E eine Zahl $\langle x|y \rangle$ aus \mathbb{K} so zugeordnet ist, daß gilt

$$\langle x + y|z \rangle = \langle x|z \rangle + \langle y|z \rangle \quad (\text{B.3})$$

$$\langle \alpha x|y \rangle = \alpha \langle x|y \rangle \quad (\text{B.4})$$

$$\langle x|y \rangle = \langle y|x \rangle^* \quad (\text{B.5})$$

$$\langle x|x \rangle \geq 0, \text{ wobei } \langle x|x \rangle = 0 \text{ genau für } x = 0 \text{ gilt.} \quad (\text{B.6})$$

Mit (B.1) bis (B.6) folgt, daß \mathbb{C}^N ein Innenproduktraum ist [37].

Gaußapproximation und Besselsche Gleichung

Es sei $S = \{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{M-1}\}$ ein Orthonormalsystem in dem Innenproduktraum \mathbb{C}^N . Dann ist die Gaußsche Approximationsaufgabe, zu gegebenem $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ Zahlen $\alpha_0, \dots, \alpha_{M-1}$ so zu bestimmen, daß $\left\| \mathbf{x} - \sum_{m=0}^{M-1} \alpha_m \mathbf{u}_m \right\|$ minimal wird, eindeutig durch

$$\alpha_m = \langle \mathbf{x} | \mathbf{u}_m \rangle \quad (\text{B.7})$$

lösbar.

Werden die α_ν gemäß der Gaußschen Approximation bestimmt, gilt ferner die Besselsche Gleichung [36, S.255]

$$\left\| \mathbf{x} - \sum_{m=0}^{M-1} \langle \mathbf{x} | \mathbf{u}_m \rangle \mathbf{u}_m \right\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2 - \sum_{m=0}^{M-1} |\langle \mathbf{x} | \mathbf{u}_m \rangle|^2. \quad (\text{B.8})$$

Satz des Pythagoras

Für jedes endliche Orthogonalsystem $S = \{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{M-1}\}$ gilt [37]

$$\|\mathbf{u}_0 + \dots + \mathbf{u}_{M-1}\|^2 = \|\mathbf{u}_0\|^2 + \dots + \|\mathbf{u}_{M-1}\|^2. \quad (\text{B.9})$$

C χ^2 -Verteilung

Für die Summe Y von M Betragsquadraten unabhängiger komplexer Gaußscher Zufallsvariablen X_i , $i = 0, \dots, M - 1$, gilt

$$Y = (\operatorname{Re}\{X_0\})^2 + (\operatorname{Im}\{X_0\})^2 + (\operatorname{Re}\{X_1\})^2 + (\operatorname{Im}\{X_1\})^2 + \dots + (\operatorname{Re}\{X_{M-1}\})^2 + (\operatorname{Im}\{X_{M-1}\})^2. \quad (\text{C.1})$$

Weisen Real- und Imaginärteil der Zufallsvariablen X_i stets die gleiche Varianz $N_0/(2S)$ auf und sind Real- und Imaginärteil jeweils unabhängig, so ist Y durch eine nichtzentrale χ^2 -Verteilung mit $2M$ Freiheitsgraden beschrieben [73, S.44], wenn mindestens einer der komplexen Mittelwerte μ_i der Zufallsvariablen X_i ungleich Null ist. Die Dichte von Y lautet dann [73, S.44]

$$f_Y(y) = \frac{S}{N_0} \left(\frac{y}{\mu_\Sigma^2} \right)^{\frac{M-1}{2}} e^{-(\mu_\Sigma^2 + y) \frac{S}{N_0}} I_{M-1} \left(2\mu_\Sigma \sqrt{y} \frac{S}{N_0} \right), \quad y \geq 0, \quad (\text{C.2})$$

mit

$$\mu_\Sigma^2 = \sum_{i=0}^{M-1} |\mu_i|^2. \quad (\text{C.3})$$

$I_n(x)$ ist die modifizierte Besselfunktion n ter Ordnung. Es sei nochmals betont, daß die Darstellung der Dichte aus (C.3) $2M$ Freiheitsgrade aufweist.

Für $\mu_\Sigma^2 = 0$ geht die nichtzentrale in die zentrale χ^2 -Verteilung mit $2M$ Freiheitsgraden über, deren Dichte durch [94, S.73]

$$f_Y(y) = \frac{y^{M-1} e^{-y \frac{S}{N_0}}}{\left(\frac{N_0}{S} \right)^M (M-1)!}, \quad y \geq 0, \quad (\text{C.4})$$

gegeben ist. Wenn zusätzlich $M = 1$ gilt, folgt Y einer Exponentialverteilung.

Abkürzungen, Notation und Formelzeichen

Abkürzungen

AWGN	additives weißes Gaußsches Rauschen
BPSK	binary phase shift keying
CDMA	code division multiple access
DFT	diskrete Fourier-Transformation
DLL	delay-lock loop
DSSS	direct sequence spread-spectrum
EM	expectation-maximization
ISM	industrial, scientific and medical
IS95	Interim Standard 95
GPS	Global Positioning System
GSM	Global System for Mobile Communications
GWSSUS	Gaussian wide-sense stationary uncorrelated scattering
MF	Meritfaktor
ML	Maximum-Likelihood
MTLL	mean time to lose lock
PSK	phase shift keying
UMTS	Universal Mobile Telecommunication System
SAGE	space-alternating generalized expectation-maximization
SNR	Signal-zu-Rauschverhältnis
TCXO	temperature-compensated crystal oscillator
WSSUS	wide-sense stationary uncorrelated scattering

Notation

x	Index
x	Variable
X	Konstante
X	Zufallsvariable
$x(t)$	Funktion
$X(t)$	stochastischer Prozeß

$X(f)$	Fourier-Transformierte
$\underline{\mathbf{x}}$	Vektor
$\underline{\mathbf{X}}$	Zufallsvektor
\mathbf{X}	Matrix
$\ \underline{\mathbf{x}}\ $	Norm
$\langle \underline{\mathbf{x}} \underline{\mathbf{y}} \rangle$	Innenprodukt
$[x]$	ganzzahliger Anteil einer reellen Zahl x
$\arg z$	Phase
$\arg \max_x f(x)$	Argument, für das $f(x)$ maximal ist
$\operatorname{Re}\{z\}$	Realteil
$\operatorname{Im}\{z\}$	Imaginärteil
$E\{X\}$	Erwartungswert
$\operatorname{Var}\{X\}$	Varianz

Formelzeichen

a_n	n -tes Element einer allgemeinen Folge
A	Parameter der Strafzeit eines Falschalarms
$A(\tau, \nu)$	Ambiguity-Funktion
$A_{gg}(\tau, \nu)$	Ambiguity-Funktion der Pulsformung
$A_{b_s b}(\tau, \nu)$	Ambiguity-Funktion der Codefolge
$\underline{\mathbf{a}}_l^T$	l -te Zeile von $\mathbf{A}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$
$\mathbf{A}(\tau)$	Pseudoinverse von $\mathbf{X}(\tau)$
$\mathbf{A}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$	Pseudoinverse von $\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$
b_n	n -tes Element der Codefolge
$b(t)$	Codefolge in zeitkontinuierlicher Darstellung
$b_S(t)$	auf ST_C zeitbegrenzte Codefolge
B	Bandbreite des Sendesignals
B_{TP}	Bandbreite des Empfangsfilters
c	Lichtgeschwindigkeit
C	Anzahl der Quadrate in der Unsicherheitsregion
$C(x)$	Kostenfunktion des Bayesschätzers
d_i	i -tes Element von $\underline{\mathbf{d}}$
D_i	i -tes Element von $\underline{\mathbf{D}}$
\mathcal{D}	Menge aller möglichen Datenvektoren

$\underline{\mathbf{d}}$	Datenvektor
$\hat{\underline{\mathbf{d}}}(\mathbf{r})$	Schätzung von $\underline{\mathbf{d}}$
$\underline{\mathbf{D}}$	Zufallsvektor der Datensymbole
E_b	Energie eines Bits
E_c	Energie eines Codechips
E_0	Faktor zur Energienormierung
$\mathbf{E}(\nu)$	Matrix zur zeitdiskreten Modellierung der Frequenzverschiebung
f	Frequenz
$f_{\underline{\mathbf{x}}}(\underline{\mathbf{x}})$	Dichtefunktion
$f_{\underline{\mathbf{y}} \underline{\mathbf{x}}}(\underline{\mathbf{y}} \underline{\mathbf{x}})$	bedingte Dichtefunktion
$F(\beta)$	Richtcharakteristik einer Antenne
$g(t)$	Impulsantwort des pulsformenden Filters
$g(x)$	Generatorpolynom
$g_{TP}(t)$	Empfangsfilterimpulsantwort
G_1	Verstärkungsfaktor des Trackingregelkreises
$G(f)$	Fourier-Transformierte von $g(t)$
$G_{TP}(f)$	Fourier-Transformierte von $g_{TP}(t)$
h_l	l -tes Element von $\underline{\mathbf{h}}$
$h(\eta, t)$	zeitvariante Kanalimpulsantwort
$\hat{h}_l(\tau, \nu, \underline{\mathbf{d}}, \underline{\mathbf{r}})$	l -tes Element von $\hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{d}}, \underline{\mathbf{r}})$
H_l	Zufallsvariable des l -ten Mehrwegs
$H(\eta, t)$	Kanalprozeß
$\underline{\mathbf{h}}$	Kanalvektor
$\hat{\underline{\mathbf{h}}}(\tau, \nu, \underline{\mathbf{d}}, \underline{\mathbf{r}})$	Schätzer des Kanalvektors
i	allgemeiner Index
$I_0(x)$	modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
k	Index der Abtastzeit
K	Anzahl der Abastwerte
l	Index der auflösbaren Mehrwege
L	Anzahl der auflösbaren Mehrwege

m	allgemeiner Summationsindex
M	Anzahl der Codechips pro Datensymbol
M	Anzahl der möglichen Phasenzustände
n	Index der Codefolge
N	Länge der Codefolge
N_0	Rauschleistungsdichte
\mathbf{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbf{N}_0	Menge der natürlichen Zahlen einschließlich Null
\mathbf{N}	fundamentale Matrix einer Markov-Kette
$p_l(\beta)$	Dichtefunktion der Elevation des l -ten Mehrwegs
P_D	Detektionswahrscheinlichkeit des ML-Detektors
P_F	Falschalarmwahrscheinlichkeit des ML-Detektors
$P_{D,\beta}$	Detektionswahrscheinlichkeit des Schwellwertdetektors
$P_{F,\beta}$	Falschalarmwahrscheinlichkeit des Schwellwertdetektors
$P(l/B)$	Leistung des l -ten Mehrwegs
$P(s_m s_n)$	Übergangswahrscheinlichkeit von s_n nach s_m
\mathbf{P}	Übergangsmatrix einer Markov-Kette
Q	Parameter der Auflösung der Frequenzverschiebung
$Q_l(\nu)$	normiertes Dopplerspektrum des l -ten Mehrwegs
\mathbf{Q}	Teil der Übergangsmatrix \mathbf{P} einer Markov-Kette
r_k	Abtastwert des Empfangssignal für $t = kT_S$
$r(t)$	Empfangssignal
$r_{TP}(t)$	tiefpaßgefiltertes Empfangssignal
$\text{rect}(x)$	normierte Rechteckfunktion
R	Anzahl der nicht absorbierenden Zustände einer Markov-Kette
R	Risiko des Bayesschätzers
\mathbf{R}	Menge der reellen Zahlen
R_k	Empfangsprozess $R_{TP}(t)$ für $t = kT_S$
$R(t)$	Empfangsprozess
$R_b(\gamma)$	Hilfsgröße zum Berechnen des Fehlersignals $s(\gamma)$
$R_{TP}(t)$	tiefpaßgefilterter Empfangsprozess
\mathbf{r}	Empfangsvektor
\mathbf{R}	Zufallsvektor des Empfangsprozesses

s_n	n -ter Zustand einer Markov-Kette
$s(\gamma)$	Fehlersignal
S	Chipanzahl des zeitbegrenzten Signalmodells
S_{\max}	maximale Chipanzahl
$S(\gamma)$	Fehlersignalprozeß
SNR	Symbolenergie-zu-Rauschenergieverhältnis
SNR _C	Chipenergie-zu-Rauschenergieverhältnis
t	Zeit
T_{AKQ}	Akquisitionszeit
T_B	Symboldauer
T_C	Chipdauer
T_S	Abtastintervall
T	Zufallsvariable der Zeitverschiebung
u	Parameter zur Diskretisierung der Zeitverschiebung
v	Parameter zur Diskretisierung der Frequenzverschiebung
V	Zufallsvariable der Frequenzverschiebung
$w(t)$	Ausgangssignal des Mehrwegekanals
W	Drehoperator
$x(t)$	zeitlich nicht begrenztes Signalmodell
$x_S(t)$	zeitlich begrenztes Signalmodell
$x(\underline{\mathbf{d}}, t)$	zeitlich nicht begrenztes mit Daten moduliertes Signalmodell
$x_S(\underline{\mathbf{d}}, t)$	zeitlich begrenztes mit Daten moduliertes Signalmodell
$X(f)$	Fourier-Transformierte von $x(t)$
$X(\underline{\mathbf{D}}, t)$	zeitlich nicht begrenzter mit Daten modulierter Signalprozeß
$X_S(\underline{\mathbf{D}}, t)$	zeitlich begrenzter mit Daten modulierter Signalprozeß
$\underline{\mathbf{x}}(\tau)$	Signalvektor
$\underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$	Signalvektor mit Datenmodulation
$\tilde{\underline{\mathbf{x}}}(\underline{\mathbf{d}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$	Signalvektor vor der Gaußschen Störung
$\tilde{\underline{\mathbf{X}}}(\underline{\mathbf{D}}, \underline{\boldsymbol{\Theta}})$	Zufallsvektor des Signals vor der Gaußschen Störung
\mathbf{X}_D	Matrix zum zyklischen Verschieben der Elemente innerhalb der Spalten einer Matrix
$\mathbf{X}(\tau)$	Matrix aus zeitverschobenen Signalvektoren $\underline{\mathbf{x}}(\tau)$
$\mathbf{X}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$	Matrix aus zeitverschobenen Signalvektoren $\underline{\mathbf{x}}(\underline{\mathbf{d}}, \tau)$

y	Variable
y_n	zeitdiskrete Variable
$z(t)$	Störsignal
\mathbf{Z}	Menge der ganzen Zahlen
Z_k	k -tes Element des Vektors $\underline{\mathbf{Z}}$
$Z(t)$	Gaußscher Rauschprozeß
$Z_g(t)$	$Z(t)$ nach der Filterung mit $g(t)$
$Z_{TP}(t)$	$Z(t)$ nach der Filterung mit $g_{TP}(t)$
$\underline{\mathbf{z}}$	Störsignalvektor
$\underline{\mathbf{Z}}$	Zufallsvektor der Gaußschen Kanalstörung
α	Azimut
β	Elevation
β	Schwelle des Schwellwertdetektors
β_m	maximale Elevation
γ	Schätzfehler der Zeitverschiebungsschätzung
γ_{\max}	maximal zulässiger Schätzfehler der Zeitverschiebungsschätzung
$\delta(t)$	Deltaimpuls
Δ	Parameter des Fehlersignals $s(\gamma)$
$\Delta\gamma$	Offset des Fehlersignals
η	Zeitdispersion
ϑ	Schätzfehler der Frequenzverschiebungsschätzung
ϑ_{\max}	maximal zulässiger Schätzfehler der Frequenzverschiebungsschätzung
$\underline{\boldsymbol{\theta}}$	Parametervektor
$\underline{\boldsymbol{\Theta}}$	Zufallsvektor der Signalparameter
ν	Frequenzverschiebung des Kanalmodells
ν_m	maximale Dopplerverschiebung
ν_{\max}	maximal mögliche Frequenzverschiebung
ν_0	Frequenzverschiebung des Kanals
$\hat{\nu}(\mathbf{r})$	Frequenzverschiebungsschätzer
ξ	Differenz zweier Zeitpunkte

τ	Zeitverschiebung des Kanalmodells
τ_d	dwell time - Dauer zum Auswerten eines Quadrates der Unsicherheitsregion
τ_0	Zeitverschiebung des Kanals
$\hat{\tau}(\mathbf{r})$	Zeitverschiebungsschätzer
v	Frequenzdispersion
φ_0	Phasendrehung
$\varphi(t)$	zeitkontinuierliche Phasendrehung
$\hat{\varphi}(t)$	Schätzung der Phasendrehung
$\varphi_{HH}(\eta, \xi)$	Autokorrelationsfunktion von $H(\eta, t)$
$\varphi_{ZZ}(\xi)$	Autokorrelationsfunktion von $Z(t)$
$\varphi_{Z_g Z_g}(\xi)$	Autokorrelationsfunktion von $Z_g(t)$
$\Phi_{HH}(\eta, \nu)$	Scatterfunktion
$\Phi_{ZZ}(f)$	Rauschleistungsdichte von $Z(t)$

Literaturverzeichnis

- [1] T. Aulin: *A Modified Model for the Fading Signal at a Mobile Radio Channel*. IEEE Trans. on Vehicular Technology, Bd. 28, Nr. 3, S. 182–203, Aug. 1979.
- [2] P. Baier: *CDMA, ein Vielfachzugriffsverfahren für Mobilfunksysteme der dritten Generation ?* In: Vary P. (Hrsg.): *8. Aachener Kolloquium Signaltheorie*, S. 155–162. VDE Verlag, 1994.
- [3] S. Bellini, C. Molinari und G. Tartara: *Digital Frequency Estimation in Burst Mode QPSK Transmission*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 38, Nr. 7, S. 959–961, Juli 1990.
- [4] P. Bello: *Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 11, Nr. 4, S. 360–393, Dez. 1963.
- [5] I. Bronstein, K. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig: *Taschenbuch der Mathematik*. Harri Deutsch, 1995.
- [6] J. Bussgang, E. Getchell, B. Goldberg und P. Mahoney: *Stored Channel Simulation of Tactical VHF Radio Links*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 24, Nr. 2, S. 154–163, Feb. 1976.
- [7] J.-P. Chaib und H. Leib: *Chip Shaping and Channel Coding*. European Trans. on Telecommunications, Bd. 7, Nr. 2, S. 133–143, März-Apr. 1996.
- [8] K. Chawla und D. Sarwate: *Parallel Acquisition of PN Sequences in DS/SS Systems*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 42, Nr. 5, S. 2155–2164, Mai 1994.
- [9] U. Cheng, W. Hurd und J. Statman: *Spread-Spectrum Code Acquisition in the Presence of Doppler Shift and Data Modulation*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 38, Nr. 2, S. 241–250, Feb. 1990.
- [10] C. Chung: *Differentially Coherent Detection Technique for Direct-Sequence Code Acquisition in a Rayleigh Fading Mobile Channel*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 43, Nr. 2–4, S. 1116–1126, 1995.

- [11] COST 207: *Digital Land Mobile Radio Communications*, 1989.
- [12] D. Cox: *A Measured Delay-Doppler Scattering Function for Multipath Propagation at 910 MHz in an Urban Mobile Radio Environment*. Proceedings of the IEEE, S. 479–480, Apr. 1973.
- [13] CRYSTAL: *Crystal Product Data Book 1996*.
- [14] P. Dallas und F.-N. Pavlidou: *Innovative Chip Waveforms in Microcellular DS/CDMA Packet Mobile Radio*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 44, Nr. 11, S. 1413–1416, Nov. 1996.
- [15] R. De Gaudenzi und F. Giannetti: *Synchronous Trellis-Coded CDMA Analysis and System Performance*. In: *IEEE International Conference on Communications'93*, S. 1444–1448, 1993.
- [16] R. De Gaudenzi, F. Giannetti und M. Luise: *The Effect of Signal Quantization on the Performance of DS/SS-CDMA Demodulators*. In: *Globecom'94*, S. 994–998. IEEE, 1994.
- [17] R. De Gaudenzi, F. Giannetti und M. Luise: *The Influence of Signal Quantization on the Performance of Digital Receivers for CDMA Radio Networks*. European Trans. on Telecommunications, Bd. 8, Nr. 1, S. 89–97, Jan.-Feb. 1997.
- [18] R. De Gaudenzi, F. Giannetti und M. Luise: *Signal Synchronization for Direct-Sequence Code-Division Multiple Access Radio Modems*. European Trans. on Telecommunications, Bd. 9, Nr. 1, S. 73–88, Jan.-Feb. 98.
- [19] G. De Jonghe und M. Moeneclaey: *Optimal Averaging Filter Length of the Viterbi and Viterbi Carrier Synchronizer for a Given Frequency Offset*. In: *Globecom 94*, S. 1364–1368. IEEE, 1994.
- [20] E. Dekker und J. Ooyman: *Quartz Crystal for Personal Communication Oscillators*. Techn. Ber., Philips.
- [21] ETSI UMTS 30.06: *UMTS Terrestrial Radio Access Concept Evaluation*. Techn. Ber., ETSI, 1998.
- [22] M. Feder und E. Weinstein: *Parameter Estimation of Superimposed Signals Using the EM Algorithm*. Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, Bd. 36, Nr. 4, S. 477–489, Apr. 1988.

- [23] T. Felhauer, W. König und W. Mohr: *Wideband Propagation Measurements for Characterizing the Mobile Radio Channel and its Parameters*. AEÜ, Bd. 48, Nr. 6, S. 321–331, 1994.
- [24] J. Fessler und A. Hero: *Space-Alternating Generalized Expectation-Maximization Algorithm*. IEEE Trans. on Signal Processing, Bd. 42, Nr. 10, S. 2664–2677, Okt. 1994.
- [25] U. Fiebig und M. Schnell: *Correlation Properties of Extended m-Sequences*. Electronic Letters, Bd. 29, Nr. 20, S. 1753–1755, Sep. 1993.
- [26] M. Fitz: *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 11. Auflage 1989.
- [27] M. Fitz: *Equivocation in Nonlinear Digital Carrier Synchronizers*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 39, Nr. 11, S. 1672–1682, Nov. 1991.
- [28] M. Fitz: *Further Results in the Fast Estimation of a Single Frequency*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 42, Nr. 2/3/4, S. 862–864, 1994.
- [29] B. Fleury, D. Dahlhaus, R. Heddergott und M. Tschudin: *Wideband Angle of Arrival Estimation Using the SAGE Algorithm*. In: *IEEE ISSSTA'96*, S. 79–85, 1996.
- [30] N. Fliege: *Systemtheorie*. Teubner Stuttgart, 1991.
- [31] L. Franks: *Carrier and Bit Synchronization in Data Communication—A Tutorial Review*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 28, Nr. 8, S. 1107–1121, Aug. 1980.
- [32] A. Fuxjaeger und R. Iltis: *Acquisition of Timing and Doppler-Shift in a Direct Sequence Spread-Spectrum System*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 42, Nr. 10, S. 2870–2880, Okt. 1994.
- [33] M. Gans: *A Power-Spectral Theory of Propagation in the Mobile-Radio Environment*. IEEE Trans. on VT, Bd. 21, Nr. 1, S. 27–38, Feb. 1972.
- [34] E. Gerber und R. Sykes: *State of the Art-Quartz Crystal Units and Oscillators*. Proceedings of the IEEE, Bd. 54, Nr. 2, S. 103–116, Feb. 1966.
- [35] A. Goiser: *Handbuch der Spread-Spectrum Technik*. Springer, 1998.
- [36] H. Heuser: *Funktionalanalysis*. Teubner Stuttgart, 1975.

- [37] H. Heuser und H. Wolf: *Algebra, Funktionalanalysis und Codierung*. Teubner Stuttgart, 1986.
- [38] P. Hoehner: *A Statistical Discrete-Time Model for the WSSUS Multipath Channel*. IEEE Trans. on Vehicular Technology, Bd. 41, Nr. 4, S. 461–468, Nov. 1992.
- [39] M. Hufschmid: *Maximum-Likelihood Processing of Signals Received over Multipath Channels*. Dissertation, ETH Zürich, 1992.
- [40] W. Hurd, J. Statman und V. Vilnrotter: *High Dynamic GPS Receiver Using Maximum Likelihood Estimation and Frequency Tracking*. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Bd. 23, Nr. 4, S. 425–436, Juli 1987.
- [41] B. Ibrahim und A. Aghvami: *Direct Sequence Spread-Spectrum Matched-Filter Acquisition in Frequency-Selective Rayleigh Fading Channels*. IEEE J. on Selected Areas in Communications, Bd. 12, Nr. 5, S. 885–890, Juni 1994.
- [42] B. Ibrahim und A. Aghvami: *A PN Code Tracking System for Direct Sequence Spread-Spectrum Operation*. In: *IEEE Globecom 94*, S. 374–378. IEEE, 1994.
- [43] R. Iltis: *Joint Estimation of PN Code Delay and Multipath Using the Extended Kalman Filter*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 38, Nr. 10, S. 1677–1685, Okt. 1990.
- [44] R. Isermann: *Identifikation dynamischer Systeme 1*. Springer-Verlag, 1992.
- [45] W. Jakes Jr.: *Microwave Mobile Communications*. John Wiley & Sons, Inc., 1974.
- [46] J. Jensen, H. Jensen und T. Høholdt: *The Merit Factor of Binary Sequences Related to Difference Sets*. Trans. on Information Theory, Bd. 37, Nr. 3, S. 617–626, Mai 1991.
- [47] Q. Jin, K. Wong und Z. Lou: *The Estimation of Time Delay and Doppler Stretch of Wideband signals*. IEEE Trans. on Signal Processing, Bd. 43, Nr. 4, S. 904–916, Apr. 1995.
- [48] F. Jondral: *Funksignalanalyse*. Teubner Stuttgart, 1991.

- [49] F. Jondral, M. Kohl und C. Hartmann: *Dopplerprofile für Kommunikationssatelliten*. Frequenz, Bd. 50, Nr. 5-6, S. 111–116, 1996.
- [50] V. Jovanovic und E. Sousa: *Analysis of Non-Coherent Correlation in DS/BPSK Spread-Spectrum Acquisition*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 43, Nr. 2–4, S. 565–573, 1995.
- [51] P. Jung und B. Steiner: *Konzept eines CDMA-Mobilfunksystems mit gemeinsamer Detektion für die dritte Mobilfunkgeneration, Teil 1*. Nachrichtentech., Elektron. Science, Bd. 45, Nr. 1, S. 10–14, 1995.
- [52] P. Jung und B. Steiner: *Konzept eines CDMA-Mobilfunksystems mit gemeinsamer Detektion für die dritte Mobilfunkgeneration, Teil 2*. Nachrichtentech., Elektron. Science, Bd. 45, Nr. 2, S. 24–27, 1995.
- [53] K. Kammeyer: *Nachrichtenübertragung*. Informationstechnik. Teubner Stuttgart, Stuttgart, 2 Aufl., 1996.
- [54] S. Kay: *Modern Spectral Estimation: Theory and Application*. Prentice Hall, 1988.
- [55] J. Kemeny und J. Snell: *Finite Markov Chains*. Springer-Verlag, 1976.
- [56] M. Kohl: *Simulationsmodelle für die Bewertung von Satellitenübertragungstrecken im 20/30 GHz Bereich*. Dissertation, Forschungsberichte aus dem Institut für Nachrichtentechnik der Universität Karlsruhe, ISSN 1433-3821, Band 1, 1997.
- [57] H. Kronmüller: *Digitale Signalverarbeitung*. Springer-Verlag, 1991.
- [58] K. Kroschel: *Statistische Nachrichtentheorie*. Springer-Verlag, 1996.
- [59] K. Kroschel und K. Kammeyer: *Digitale Signalverarbeitung*. Teubner Stuttgart, 1992.
- [60] M. Landolsi und W. Stark: *Optimal Chip Waveforms for DS-CDMA with Generalized OQPSK Modulation*. European Trans. on Telecommunications, Bd. 8, Nr. 5, S. 527–536, Sep.-Okt. 1997.
- [61] J. Lin und L. Lee: *A Modified Code Tracking Loop for Direct-Sequence Spread-Spectrum Systems on Frequency-Selective Fading Channels*. IEICE Transactions on Communications, Nr. 7, S. 1055–1063, Juli 1997.
- [62] H. Lüke: *Korrelationssignale*. Springer-Verlag, 1992.

- [63] H. Meinke und F.-W. Gundlach: *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik: Grundlagen, Komponenten, Systeme*. Springer, Heidelberg, 5. Auflage 1992.
- [64] H. Meyr, M. Moeneclaey und S. Fechtel: *Digital Communication Receivers*. John Wiley & Sons, 1998.
- [65] M. Mouly und M. Pautet: *The GSM System for Mobile Communications*. Cell & Sys., 1992.
- [66] E. Nikula, A. Toskala, E. Dahlman, L. Girard und A. Klein: *Frames Multiple Access for UMTS and IMT-2000*. IEEE Personal Communications, Bd. 5, Nr. 2, S. 16–24, Apr. 1998.
- [67] A. Papoulis: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, New York, 1991.
- [68] D. Parsons: *The Mobile Radio Propagation Channel*. Pentech Press Ltd, London, 1992.
- [69] R. Peterson, E. Rodger und E. David: *Introduction to Spread-Spectrum Communications*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [70] A. Polydoros und C. Weber: *A Unified Approach to Serial Search Spread-Spectrum Code Acquisition—PartII: A Matched-Filter Receiver*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 32, Nr. 5, S. 550–560, Mai 1984.
- [71] A. Polydoros und C. Weber: *Analysis and Optimization of Correlative Code-Tracking Loops in Spread-Spectrum Systems*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 33, Nr. 1, S. 30–43, Jan. 1985.
- [72] W. Press, S. Teukolsky, W. T. Vetterling und B. Flannery: *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1992.
- [73] J. Proakis: *Digital Communications*. McGraw-Hill, New York, 3rd ed. 1995.
- [74] QUALCOMM: *Proposed EIA/TIA Wideband Spread-Spectrum Standard*, 1992.
- [75] T. Rappaport: *Wireless Communications*. Prentice Hall, 1996.
- [76] D. Rouffet: *GLOBALSTAR: ein transparentes System*. Elektrisches Nachrichtenwesen, S. 84–90, 1. Quartal 1993.

- [77] W. Sheen und G. Stüber: *Effects of Multipath Fading on Delay-Locked Loops for Spread-Spectrum Systems*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 42, Nr. 2/3/4, S. 1947–1956, 1994.
- [78] W. Sheen und G. Stüber: *A New Tracking Loop for Direct Sequence Spread-Spectrum Systems on Frequency-Selective Fading Channels*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 43, Nr. 12, S. 3063–3072, Dez. 1995.
- [79] R. Sietmann: *Ringen um die UMTS-Schnittstelle*. Funkschau, Nr. 6, S. 76–81, 1998.
- [80] M. Simon, J. Omura, R. Scholtz und B. Levitt: *Spread Spectrum Communications Handbook*. McGraw-Hill, New York, 1994.
- [81] D. Slepian: *On Bandwidth*. Proceedings of the IEEE, Bd. 64, Nr. 3, S. 292–300, März 1976.
- [82] E. Sourour und S. Gupta: *Direct-Sequence Spread-Spectrum Parallel Acquisition in a Fading Mobile Channel*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 38, Nr. 7, S. 992–998, Juli 1990.
- [83] E. Sourour und S. Gupta: *Direct-Sequence Spread-Spectrum Parallel Acquisition in Nonselective and Frequency-Selective Rician Fading Channels*. IEEE J. on Selected Areas in Communications, Bd. 10, Nr. 3, S. 535–544, Apr. 1992.
- [84] STANFORD TELECOM: *STEL-2000A Digital, Fast Acquisition Spread Spectrum Burst Processor*.
- [85] K. Steven: *A Fast and Accurate Single Frequency Estimator*. Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, Bd. 37, Nr. 12, S. 1987–1990, Dez. 1989.
- [86] E. Ström, S. Parkvall, S. Miller und B. Ottersten: *DS-CDMA Synchronisation in Time-Varying Fading Channels*. IEEE J. on Selected Areas in Communications, Bd. 14, Nr. 8, S. 1636–1642, Okt. 1996.
- [87] S. Su und Y. Nan-Yang: *Performance of Digital Code Tracking Loops for Direct-Sequence Spread-Spectrum Signals in Mobile Radio Channels*. IEEE Trans. on Communications, Bd. 45, Nr. 5, S. 596–604, Mai 1997.
- [88] H. L. van Trees: *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, Bd. 1. John Wiley & Sons, 1968.

- [89] H. L. van Trees: *Detection, Estimation, and Modulation Theory*, Bd. 3. John Wiley & Sons, 1971.
- [90] R. Unverdross: *Oszillatoren: Stand der Technik und Applikationen*. Elektronik Industrie, Nr. 9, S. 53–56, 1991.
- [91] H. Urkowitz: *Signal Theory and Random Processes*. Artech House, 1983.
- [92] F. Vatalaro und A. Forcella: *Doppler Spectrum in Mobile-to-Mobile Communications in the Presence of Three-Dimensional Multipath Scattering*. IEEE Trans. on Vehicular Technology, Bd. 46, Nr. 1, S. 213–219, Feb. 1997.
- [93] J. Ville: *Theorie et Application de la Notion de Signal Analytique*. Cables et Transmission, Bd. 2, Nr. 1, S. 61–74, 1948.
- [94] A. Viterbi: *CDMA*. Addison-Wesley, 1995.
- [95] A. Viterbi und A. Viterbi: *Nonlinear Estimation of PSK-Modulated Carrier Phase with Application to Burst Digital Transmission*. Trans. on Information Theory, Bd. 29, S. 543–551, Juli 1983.
- [96] M. Wax und T. Kailath: *Detection of Signals by Information Theoretic Criteria*. Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing, Bd. 33, Nr. 2, S. 387–392, Apr. 1985.
- [97] G. Wetzker: *Das Navigationssystem GPS*. Funk, Nr. 11, S. 38–41, 1994.
- [98] G. Wetzker und F. Jondral: *Incoherent Acquisition of DSSS Signals in the Presence of Doppler Shifts*. In: *ISSSTA'96*, S. 167–170, 1996.
- [99] G. Wetzker und F. Jondral: *Simulation Methods for Time-Variant Wideband Channels*. In: *Globecom 97*, S. 1557–1561. IEEE, 1997.
- [100] G. Wetzker und F. Jondral: *Maximum-Likelihood Acquisition of Time and Frequency Shift in Land Mobile DS-CDMA Systems*. In: *PIM-RC'98*. IEEE, 1998.
- [101] G. Wetzker, U. Kaage und F. Jondral: *A Simulation Method for Doppler Spectra*. In: *ISSSTA'98*, S. 517–521. IEEE, 1998.

- [102] G. Wetzker, C. Siebörger, U. Kaage und F. Jondral: *Maximum Likelihood DSSS Code Acquisition in the Presence of Multipath Propagation, Doppler Shift and Data Modulation*. In: *ISSSTA'98*, S. 441–445. IEEE, 1998.
- [103] N. Yen und S. Hsieh: *Performance Analysis of Digital Delay Lock Loops in the Presence of Doppler Shift*. *IEEE Trans. on Communications*, Bd. 44, Nr. 6, S. 668–674, Juni 1996.
- [104] W. Zhuang: *Noncoherent Hybrid Parallel PN Code Acquisition for CD-MA Mobile Communications*. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, Bd. 45, Nr. 4, S. 643–656, Nov. 1996.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Gunnar Wetzker
Geburtsdatum	26.9.68
Geburtsort	Hamburg
Staatsangehörigkeit	deutsch

Schulausbildung

1975-1979	Grundschule in Hamburg
1979-1988	Gymnasium Sankt-Ansgar in Hamburg

Grundwehrdienst

1988-1989	Fernmelder in Heide in Holstein
-----------	---------------------------------

Studium und Berufsweg

1989-1993	Studium der Elektrotechnik an der Universität Karlsruhe
1994-1998	wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Nachrichtentechnik der Universität Karlsruhe